كتاب الهندسة
للمدارس الابتدائية

تأليف

حسن فهمي امين
مدرّس الرياضة بمدرسة الناصرية الأميرية

(قرّرت وزارة المعارف العمومية تدريس هذا الكتاب بمدارسها)

يطلب من ملتزم طبعه ونشره
نجيب متري
صاحب مطبعة المعارف ومكتبتها بمصر

« حقوق الطبع محفوظة للمؤلف »

(الطبعة التاسعة)

مطبعة المعارف بشارع الفجالة بمصر
١٣٣٨ هـ = ١٩٢٠ م

كتاب الهندسة

للمدارس الابتدائية

تأليف

حسن فهمي أمين

مدرّس الرياضة بمدرسة الناصرية الأميرية

(قرّرت وزارة المعارف العمومية تدريس هذا الكتاب بمدارسها)

يطلب من ملتزم طبعه ونشره

نجيب متري

صاحب مطبعة المعارف ومكتبتها بمصر

« حقوق الطبع محفوظة للمؤلف »

(الطبعة التاسعة)

مطبعة المعارف بشارع الفجالة بمصر

١٣٣٨ هـ = ١٩٢٠ م

بسم الله الرحمن الرحيم

الحمد لله الذى علّم الإنسان ما لم يعلم والصلاة والسلام على أكرم الخلق سيدنا محمد محور الهدى وعمود الدين

أما بعد : فهذا سفر فى علم الهندسة وضعتهُ خاصاً لتلاميذ المدارس الابتدائية وجعلتهُ موافقاً لبرنامج التعليم الابتدائى الذى سنتــهُ المعارف المصرية . وأدعو الله أن ينفع بهِ الناشئة إنهُ على ما يشاء قدير ؟

حسن فهمى أمين

مقرر السنة الثالثة

التعاريف الأولية

النقط – اذا عيّنا نقطة بالقلم الرصاص الدقيق أو بنهاية الخياط (الابرة) على قطعة من الورق فهذه يمكن أن تدل بوجه التقريب على النقطة الهندسية

ويؤخذ من ذلك الآتى :

ان النقطة الهندسية هى كل ما له وضع مجرد عن الطول والعرض

وهذا معناه أن النقطة لا تقترن بشىء من الطول والعرض بل تقترن فقط بالموضع الذى تشغله

الخطوط – اذا تصوّرنا تحرُّك النقطة التى عيناها على قطعة الورق فانها تحدث ما يدل على الخط

ويستنتج من ذلك الآتى :

ان الخط ما له طول مجرد عن العرض

الخط المستقيم – اذا كان تحرُّك النقطة فى اتجاه واحد لا يتغير كان الخط الحادث مستقيماً مثل الخط ا ب (شكل ١)

(شكل ١)

ويدل عليه الخيط المشدود تمام الشدّ

ويستنتج من ذلك الآتى :

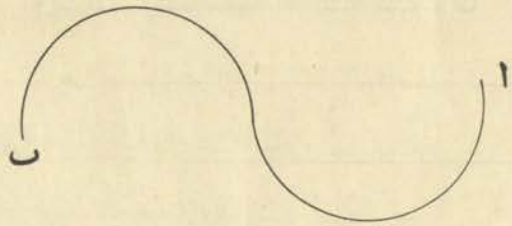
أولاً – ان الخط المستقيم يأخذ اتجاهاً واحداً فى جميع امتداده

ثانياً – ان الخط المستقيم أقصر بعد بين النقطتين ولا يمكن أن يرسم غير خط مستقيم واحد بين النقطتين

ثالثاً – الخطان المستقيمان لا يحصران بينهما مساحة محدودة

رابعاً – اذا تلاقى خط مستقيم بآخر فانهما يتلاقيان فى نقطة واحدة

الخط المنحنى – واذا كان تحرك النقطة فى اتجاه يتغير على الداوم كان الخط الحادث منحنياً مثل الخط ا ب (شكل ٢)



(شكل ٢)

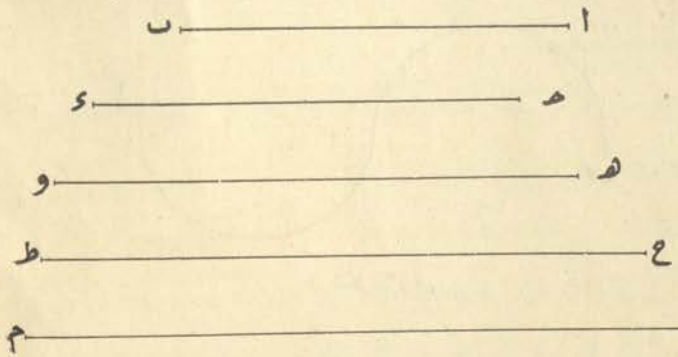
ملاحظة – للمدرّس أن ينتخب ما شاء من التمارين الموجودة بهذا الكتاب

الخطوط المستقيمة

ملاحظة – على المدرّس أن يبين للتلاميذ كيفية استعمال المسطرة فى قياس ورسم الخطوط المستقيمة وأن يوضح لهم كيفية التحقق من معرفة ما اذا كان الخط مستقيماً أم لا : وذلك بواسطة المسطرة أو الخيط المشدود

تمارين (١)

(١) قس أطوال الخطوط المستقيمة ا ب ، ح ء ، ه و ، ع ط ، ل م (شكل ٣) بالسنتيمترات



(شكل ٣)

(٢) قس طول كراسة الهندسة ثم قس عرضها

(٣) « أطوال أضلاع مثلث الخشب وأوجد طول محيطه

(٤) ارسم خطا مستقيماً وقسهُ

(٥) ارسم أربعة خطوط مستقيمة غير متساوية وقس كلاً منها

(٦) « خطًّا مستقيماً ا ب ح ء وقس أجزاءه ا ب ، ب ح ، ح ء ثم قس الخط ا ء كله وقارن بين مجموع أطوال الأجزاء وطول الخط بتمامه

(٧) ارسم ستة خطوط مستقيمة أطوالها كالآتى :

طول الأول = ٤ سنتيمترات

« الثانى = ٦ «

« الثالث = ٦,٥ من السنتيمترات

« الرابع = ٧,٦ « «

« الخامس = ٨,٩ « «

« السادس = ١٠,٨ « «

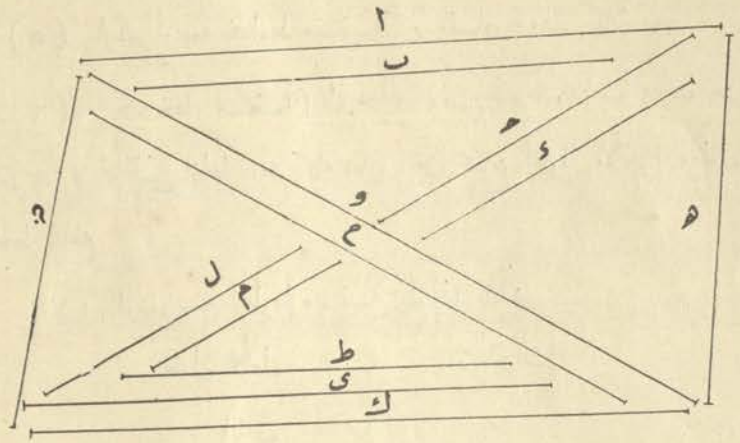
(٨) ارسم خطًّا مستقيماً ونصّفهُ بالنظر ثم قسهُ بالمسطرة ونصفهُ بالعمل

(٩) ارسم أربعة خطوط مستقيمة ونصف كلاً منها بالنظر ثم بالعمل

(١٠) « « « « فى اتجاهات مختلفة ونصف كلاً منها بالنظر ثم بالعمل

(١١) ارسم خطًّا مستقيماً وقدّر طوله بالنظر ثم بالعمل

(١٢) ارسم خطوطاً مستقيمة كالمبينة فى (شكل ٤) وقدّر طول كل منها بالنظر ثم بالعمل و بين ذلك فى جدول كالآتى :

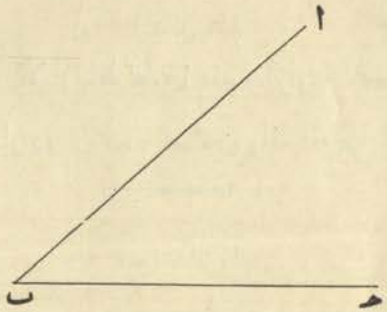


(شكل ٤)

الخط	الطول بالنظر	الطول بالعمل
ا		
ب		
ح		
ء		
٠		
٠		
٠		
٠		
٠		

الزوايا

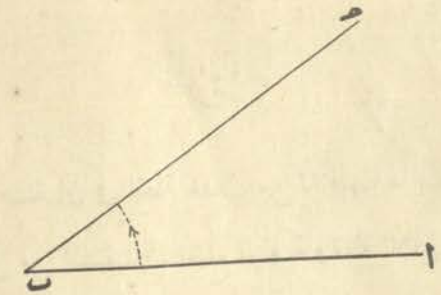
اذا تلاقى مستقيمان فى نقطة حدث من تلاقيهما ما يسمى زاوية ويسمى كل من المستقيمين بضلع الزاوية ونقطة تلاقيهما برأسها



(شكل ٥)

تقرأ الزاوية إما بحرف الرأس أو بثلاثة أحرف بحيث يكون حرف الرأس فى الوسط فتقرأ الزاوية المرسومة فى (شكل٥) زاوية ب أو زاوية ا ب ح أو زاوية ح ب ا

اذا فرض أن الضلع ب ا (شكل ٦) ثابت وأن الضلع ب ح منطبق على ب ا ثم تحرّك حول نقطة ب الى أن صار فى الوضع ب ح فمقدار الزاوية ا ب ح الناشئة من ذلك تقدّر بقدر الدوران الذى يدوره هذا الضلع من وضعهِ الأول ب ا الى وضعهِ الثانى ب ح

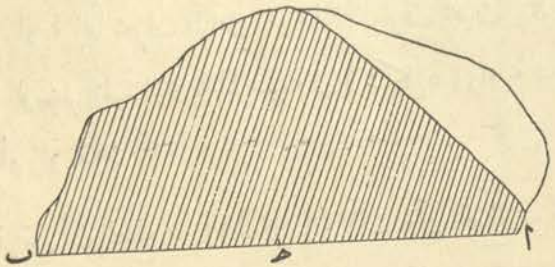


(شكل ٦)

وهذان الضلعان لا ارتباط لطولهما بمقدار الزاوية المحصورة بينهما الذى هو فى الحقيقة مقدار دوران أحد الضلعين وافتراقه عن الآخر

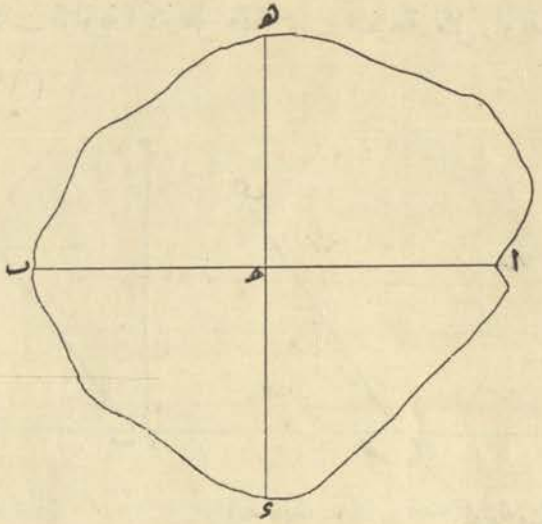
أنواع الزوايا

تؤخذ قطعة من الورق وتطبق كما فى (شكل ٧) ثم تطبق ثانياً بحيث



(شكل ٧)

ينطبق حرف الورقة حـ ا على الحرف حـ ب ثم تفرد فيرى أنه حدث من ذلك أربع زوايا كما فى (شكل ٨)



(شكل ٨)

فاذا قطعت احدى هـذه الزوايا وطبقت على الثلاث الواحدة بعد الأخرى فتنطبق تماماً وهذا يثبت أنها متساوية

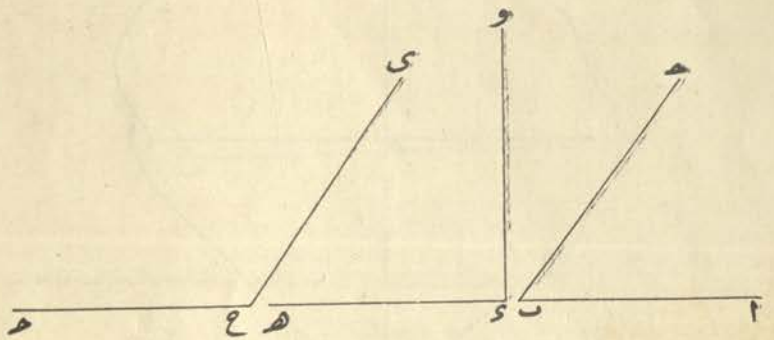
فمثل هذه الزوايا تسمى زوايا قائمة

وعلى ذلك تكون :

الزاوية القائمة هى احـدى الزوايا الأربع المتساوية الحادثة من تقاطع مستقيم بآخر

اذا كانت الزاوية أصغر من قائمة سميت حادّة مثل زاوية ا ب حـ (شكل ٩)

اذا كانت الزاوية اكبر من قائمة سميت منفرجة مثل زاوية ى ع حـ (شكل ١١)



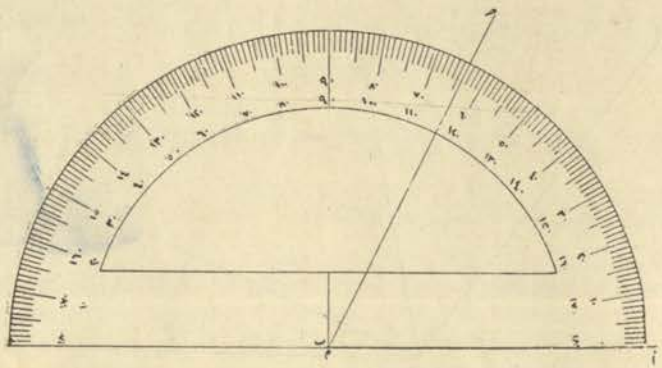
زاوية حادة (شكل ٩) | زاوية قائمة (شكل ١٠) | زاوية منفرجة (شكل ١١)

تقدير الزوايا

اذا قسمت الزاوية القائمة الى تسعين زاوية متساوية بواسطة مستقيمات ترسم من رأسها فكل زاوية من هذه الزوايا الصغيرة تسمى درجة. ويرمز للدرجة بهذه العلامة (°) تكتب فوق العدد جهة اليسار للدلالة عليه

لتقدير الزوايا تستعمل آلة تسمى بالمنقلة وهى نصف دائرة ينقسم قوسها الى ١٨٠ من الأجزاء المتساوية كل منها هو الدرجة

لقياس زاوية مثل الزاوية ا ب حـ (شكل ١٢)



(شكل ١٢)

نطبق مركز المنقلة م على رأس الزاوية ب بحيث تكون درجة الصفر منطبقة على أحد ضلعى الزاوية ب ا فالعدد الدال على ما وقع عليه الضلع الثانى ب حـ وهو ٦٤° هو مقدار الزاوية ا ب حـ

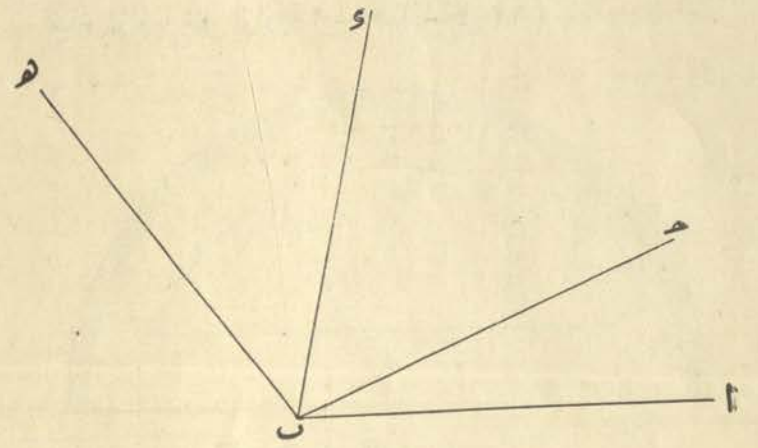
تنبيه – يرمز للزاوية بهذه العلامة (∠)

تمارين (٢)

(١) قس زوايا مثلث الخشب

(٢) قس الزوايا ا ب حـ و حـ ب ى و ى ب هـ (شكل ١٣) وأوجد مجموع درجاتها بالحساب وقارن مقدار هذا المجموع بمقدار الزاوية ا ب هـ بعد قياسها

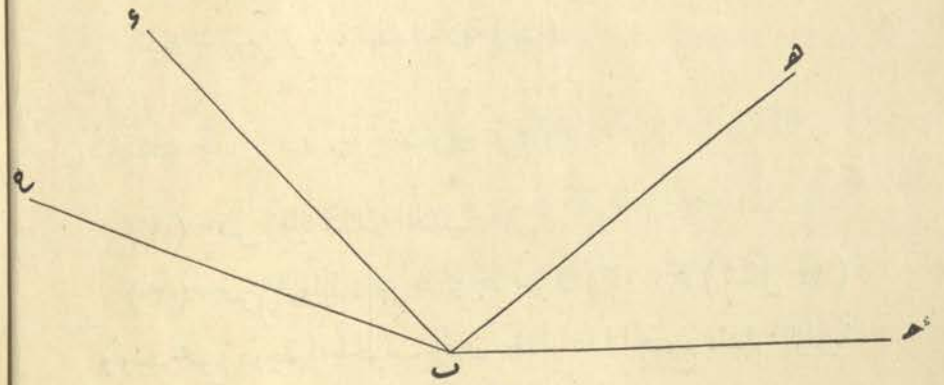
(٣) قس زاويتى هـ ب حـ و ا ب ى (شكل ١٣)



(شكل ١٣)

(٤) قس الزوايا حـ ب هـ ، هـ ب ء ، ء ب ح (شكل ١٤)

(٥) قس الزوايا حـ ب ء ، ء ب حـ ، ح ب هـ ، هـ ب ح (شكل ١٤)



(شكل ١٤)

تنبيه – الزوايا حـ ب هـ ، هـ ب ء ، ء ب ح (شكل ١٤) تسمى زوايا متجاورة

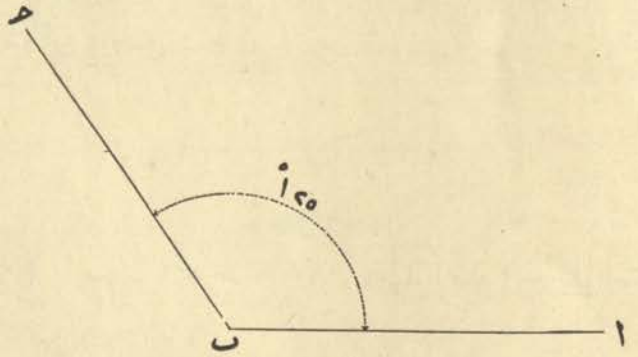
(٦) ارسم أربع زوايا حادة غير متساوية وقدّر كلاً منها بالمنقلة

(٧) ارسم أربع زوايا منفرجة غير متساوية وقدّر كلاً منها بالمنقلة

طريقة رسم الزاوية بعد معرفة درجاتها

المطلوب رسم زاوية مقدارها ١٢٥°

العمل – نرسم مستقيماً مثل ا ب (شكل ١٥) ونطبق مركز المنقلة على ب بحيث تكون درجة الصفر منطبقة على المستقيم ا ب المذكور ثم نضع أمام درجة ١٢٥ نقطة حـ ونرفع المنقلة ونصل المستقيم ب حـ فتكون ا ب حـ الزاوية المطلوب رسمها



(شكل ١٥)

تمارين (٣)

(١) ارسم زوايا مقاديرها ١٠° ، ٣٥° ، ٦٧° ، ١٣٥° ، ١٤٧° ، ١٥٨° وبين نوع كل منها

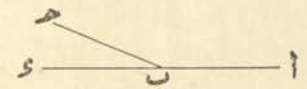
(٢) ارسم زوايا مقاديرها ٩٠° و ٩٥° و ١٧° و ١١٥° و ١٠٠° و ٥° وبين نوع كل منها

(٣) ارسم زوايا مقاديرها ١٥° و ١٣٥° و ١٠٥° و ١٧٩° و ١٦٥° و ٦٠° وبين نوع كل منها

(٤) ارسم أربع زوايا متجاورة مقاديرها على الترتيب ٣٥° و ٤٠° و ٥٥° و ٢٠° ثم قارن بين مجموع مقادير هذه الزوايا ومقدار الزاوية الكلية الناتجة

تمارين (٤) متنوعة على الزوايا

(١) ارسم ∠ ا ب حـ = ١٣٥° (شكل ١٦) ومد الضلع ا ب على استقامته الى ء وقس ∠ حـ ب ء



(شكل ١٦)

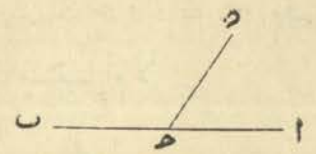
(٢) ارسم ∠ ا ب حـ = ١١٠° ومد الضلع ا ب على استقامته الى ء وقس ∠ حـ ب ء

(٣) ارسم ∠ ا ب حـ = ٩٥° وارسم من ب المستقيم ب ء يصنع مع ب حـ الزاوية حـ ب ء = ٨٥° وبين إن كان ا ب على استقامة ب ء أم لا

(٤) ارسم ∠ ا ب حـ = ٤٥° ومد ا ب على استقامته الى ء وأوجد عدد الدرجات التى تنقصها ∠ ا ب حـ عن الزاوية القائمة وأوجد

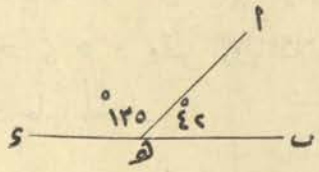
أيضاً عدد الدرجات التى تزيدها ∠ حـ ب ء على الزاوية القائمة

(٥) المعلوم المستقيم ا ب (شكل ١٧) ونقطة حـ مفروضة عليه والمطلوب رسم من حـ المستقيم حـ د بحيث يصنع مع حـ ا الزاوية ا حـ د = ٥٧° وتعيين مقدار درجات ∠ د حـ ب بالحساب ثم بالمنقلة



(شكل ١٧)

(٦) ارسم المستقيم ب هـ (شكل ١٨) وارسم من الزاوية ب هـ ا = ٤٢° وارسم أيضاً من هـ الزاوية ا هـ ء = ١٣٥° وأوجد مجموع درجات هاتين الزاويتين وبيّن ان كان ب هـ ء خطاً مستقيماً أم لا



(شكل ١٨)

(٧) ارسم المستقيم ب و وارسم من و الزاوية ا و ب = ٥١° وارسم من و أيضاً ∠ ا و ء = ١٢٩°

(٨) أعد التمرين السابق أربع مرات لمقادير الزوايا الآتية :

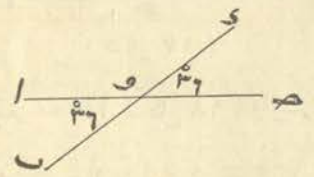
(أولاً) ∠ ا و ب = ٤٥° و ∠ ا و ء = ١٣٥°

(ثانياً) ∠ ا و ب = ٩٠° ، ∠ ا و ء = ٩٠°

(ثالثاً) ∠ ا و ب = ٧٦° ، ∠ ا و ء = ١٠٤°

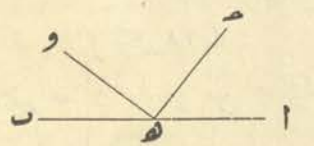
(رابعاً) ∠ ا و ب = ٣٠° ، ∠ ا و ء = ١٥٠°

(٩) ارسم زاوية ا و ب = ٣٦° (شكل ١٩) ومد ا و على استقامته الى حـ وارسم ∠ حـ و ء = ٣٦° وقس ∠ ب و حـ وبيّن ان كان ب و ء خطًّا مستقيماً أم لا



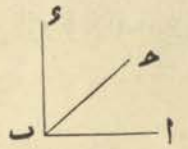
(شكل ١٩)

(١٠) ارسم المستقيم ا ب (شكل ٢٠) وافرض نقطة هـ عليهِ وارسم منها المستقيمين هـ حـ ، هـ و وقس الزوايا الثلاث الحادثة من ذلك وأوجد مقدار مجموع درجاتها بالحساب



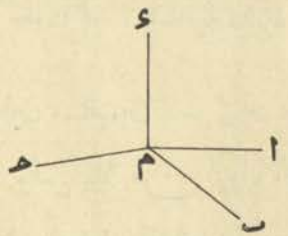
(شكل ٢٠)

(١١) ارسم ∠ ا ب حـ = ٤١° (شكل ٢١) وارسم من ب الزاوية ∠ حـ ب ء = ٤٩° ثم قس ∠ ا ب ء وبين نوعها



(شكل ٢١)

(١٢) ضع نقطة مثل م (شكل ٢٢) ومد منها أربعة مستقيمات فى اتجاهات مختلفة وقس الزوايا الواقعة بين هذه المستقيمات وأوجد مقدار مجموع درجاتها واذكر عدد الزوايا القوائم التى يحتوى عليها هذا المجموع



(شكل ٢٢)

(١٣) ما مقدار كل زاوية من الزوايا الواقعة بين عقربى الساعة وما نوع كل منها عندما تكون الساعة

(أولاً) الواحدة

(ثانياً) الثانية

(ثالثاً) الثالثة

(رابعاً) الرابعة

(خامساً) الخامسة

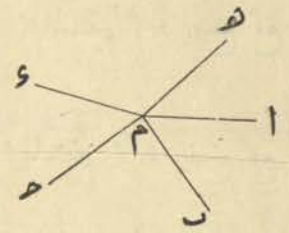
(١٤) ما مقدار كل من الزوايا الواقعة بين عقربى الساعة وما نوع كل منها عند ما تكون الساعة

(أولاً) السابعة
(ثانياً) الثامنة
(ثالثاً) التاسعة
(رابعاً) العاشرة
(خامساً) الحادية عشرة

(١٥) ارسم خطين مستقيمين ا ب ، حـ ء متقاطعين فى نقطة هـ كما فى (شكل ٢٣) وقس كلاً من الزوايا الأربع الحادثة من ذلك وقارن بين مقدارى كل زاويتين متقابلتين بالرأس

(شكل ٢٣)

(١٦) ضع نقطة م ومد منها خمسة مستقيمات كما فى (شكل ٢٤) وقدّر الزوايا الواقعة بين هذه المستقيمات نظراً ثم بالمنقلة و بين ذلك فى جدول كالآتى مع بيان نوع كل زاوية



(شكل ٢٤)

الزاوية	القياس بالنظر	النوع بالنظر	القياس بالعمل	النوع بالعمل
ا م ب				
ب م حـ				
حـ م ء				
...				
...				

(١٧) ضع نقطة م ومد منها ثلاثة مستقيمات فى اتجاهات مختلفة وقدّر الزوايا الواقعة بين هذه المستقيمات نظراً ثمّ بالمنقلة و بين ذلك فى جدول

(١٨) ضع نقطة م ومد منها ستة مستقيمات فى اتجاهات مختلفة وقدّر الزوايا الواقعة بين هذه المستقيمات نظراً ثم بالمنقلة و بين ذلك فى جدول

(١٩) المعلوم مستقيم ا حـ ونقطة م مفروضة عليه والمطلوب

(أولاً) رسم من م المستقيم م ب يصنع مع ا م الزاوية ا م ب = ٣٠°

(ثانياً) رسم من م المستقيم م ء يصنع مع م ب الزاوية ب م ء = ٤٥°

(ثالثاً) رسم من م المستقيم م هـ يصنع مع م ء الزاوية ء م هـ = ٥٠°

(رابعاً) قياس ∠ هـ م حـ

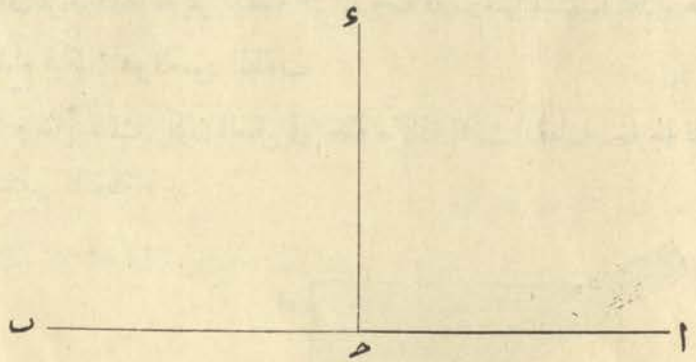
(٢٠) ارسم بدون استعمال المنقلة زوايا بوجه التقريب مقاديرها ٤٥° و ٣٠° و ٧٨° و ١٢٥° و ١١٥° و ١٣٥° و ١٦٠° ثم قس هذه الزوايا بالمنقلة وبين ذلك فى جدول كالآتى :

الزاوية	القياس المطلوب	القياس الحقيقى	الفرق

(٢١) فى شكل (٢٣) اذا فرض أن الزاوية ا هـ حـ = ٤٥° فما مقدار كل من الزوايا الباقية

المستقيمات المتعامدة

اذا فرضنا نقطة مثل حـ على المستقيم ا ب (شكل ٢٥) وتصوّرنا مستقيماً آخر مثل حـ ء يدور حول حـ مبتدئاً من الوضع حـ ا ومنتهياً فى دورانه الى الوضع حـ ب فانهُ فى أثناء دورانه لا يمكن أن يأخذ الاّ وضعاً واحداً تكون فيـهِ الزاوية ا حـ ء = الزاوية ء حـ ب ففى مثل هذا



(شكل ٢٥)

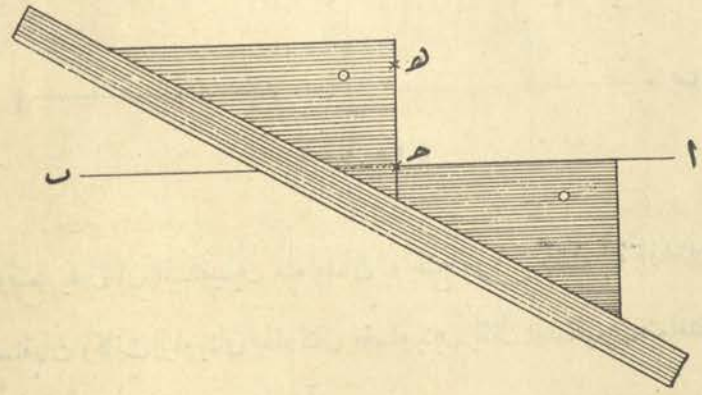
الوضع يقال ان المستقيمين متعامدان وينتج من ذلك أنهُ اذا تلاقى مستقيمان وكانت الزاويتان الحادثتان متساويتين يقال للمستقيمين متعامدان وان كلاً منهما عمودى على الآخر

رسم عمود على خط مستقيم معلوم من نقطة مفروضة عليهِ او خارجة عنه بواسطة المسطرة والمثلث

المعلوم مستقيم ا ب ونقطة ح مفروضة عليهِ (شكل ٢٦) والمطلوب اقامة مستقيم من ح عمودى على ا ب

العمل – نطبق أحد ضلعى الزاوية القائمة من المثلث على المستقيم المعلوم ا ب ثم نضع المسطرة ملاصقة لأكبر ضلع فيهِ كما هو مبين فى الشكل ثم نثبت المسطرة ونحرّك المثلث بالانزلاق على طولها حتى أن الضلع الثانى للزاوية القائمة يمرّ بالنقطة ح المفروضة فترسم منها مستقيماً بحذاء هذا الضلع فيكون هو العمود المطلوب

وبمثل ذلك يكون العمل فى حالة ما اذا كانت النقطة خارجة عن المستقيم كالنقطة ه



(شكل ٢٦)

تمارين (٥)

(١) ارسم المستقيم ا ب وافرض عليهِ نقطة ح وأقم منها مستقيماً عموديًّا على ا ب

(٢) ارسم مستقيماً طوله ٤ سنتيمترات وأقم عموداً على منتصفه

(٣) ارسم مستقيما طوله ٦ سنتيمترات وأقم عليهِ ثلاثة مستقيمات عمودية الأول من مبدئه والثانى من منتصفه والثالث من نهايته

(٤) ارسم أربعة مستقيمات ذات أطوال مختلفة فى اتجاهات مختلفة وأقم على كل منها ثلاثة أعمدة الأول من مبدئه والثانى من منتصفه والثالث من نهايته

(٥) ارسم مستقيماً وأفرض نقطة خارجة عنهُ وأنزل منها مستقيماً عموديًّا على المستقيم المذكور

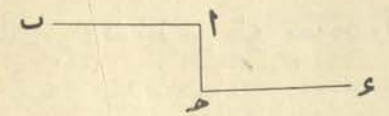
(٦) ارسم مستقيماً طوله ٦ سنتيمترات وأفرض نقطة خارجة عنه وأنزل منها مستقيماً عموديًّا على المستقيم المذكور

(٧) ارسم مستقيماً وعين نقطة تبعد عنه بمقدار ٤٫٥ من السنتيمترات

ملاحظة – بعد أى نقطة عن المستقيم يقدّر بطول العمود النازل من هذه النقطة على هذا المستقيم

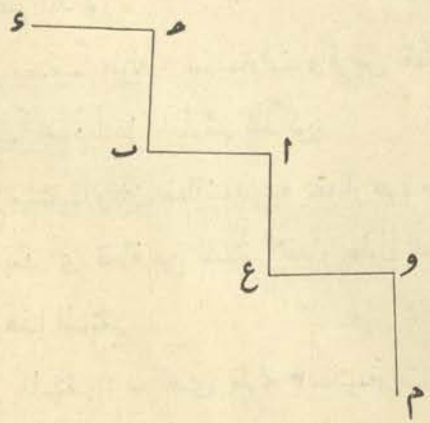
(٨) ارسم المستقيم ا ب الذى طوله ٣ سنتيمترات (شكل ٢٧) وأقم من نقطة ا العمود ا ح بحيث يكون طوله ٢٫٥ من السنتيمترات وأقم

من ح العمود ح ء على ا ح بحيث يكون طوله ٤٫٥ من السنتيمترات



(شكل ٢٧)

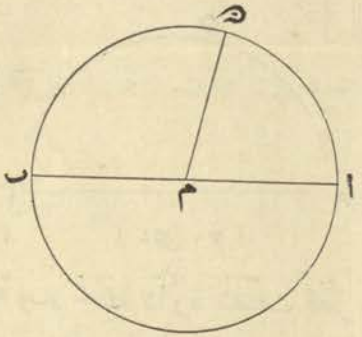
(٩) ارسم المستقيم ا ب بحيث يكون طوله ٤٫٥ من السنتيمترات (شكل ٢٨) ومن نقطة ب أقم العمود ب ح بحيث يكون طوله ٣ سنتيمترات ومن نقطة ح أقم العمود ح ء بحيث يكون طوله ٣٫٥ من السنتيمترات ثم أقم من نقطة ا العمود ا ع بحيث يكون طوله ٢٫٥ من السنتيمترات ثم أقم من ع العمود ع و بحيث يكون طوله ٣٫٢ من السنتيمترات ثم أقم من و العمود و م بحيث يكون طوله ٤ سنتيمترات



(شكل ٢٨)

الدوائر

اذا فرضنا نقطة مثل م ثابتة (شكل ٢٩) ونقطة مثل ه متحركة حول م على بعد واحد دائماً منها فالشكل الناتج من ذلك يسمى دائرة فعلى ذلك تكون



(شكل ٢٩)

الدائرة هى سطح مستوٍ محاط بخط منحن حادث من تحرُّك نقطة بعدها دائماً ثابت عن نقطة أخرى ثابتة

وتسمى النقطة الثابتة مركز الدائرة

والخط المحدد للدائرة محيطها

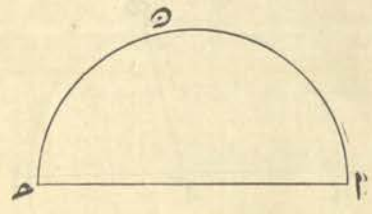
ويسمى المستقيم الواصل من المركز الى المحيط نصف قطر الدائرة مثل م ه (شكل ٢٩)

وينتج من ذلك ان أنصاف أقطار الدائرة متساوية

المستقيم المار بالمركز وطرفاه على المحيط يسمى قطر الدائرة مثل ا م ب (شكل ٢٩)

كل جزء من المحيط يسمى قوساً مثل ا ح د (شكل ٢٩)

نصف الدائرة هو سطح محدود بقطر الدائرة وجزء المحيط المنتهى بطرفى هذا القطر مثل ا ح د (شكل ٣٠)

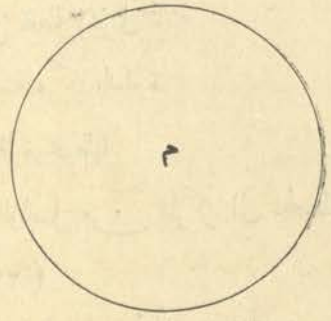


(شكل ٣٠)

طريقة رسم محيط دائرة بنصف قطر معلوم

المطلوب رسم محيط دائرة نصف قطرها ٣ سنتيمترات

العمل – نفتح الفِرْجار فتحة تساوى ٣ سنتيمترات ونركز سنه فى



(شكل ٣١)

نقطة مثل م (شكل ٣١) ثم ندير الساق الذى يكون فيه قطعة من قلم الرصاص حتى يعود الى النقطة التى ابتدأ منها فيحدث المحيط المطلوب

تمارين (٦)

(١) ارسم ثلاث دوائر أنصاف أقطارها على التوالى ٢ و ٣ و ٤ من السنتيمترات

(٢) ارسم أربع دوائر أنصاف أقطارها على التوالى ٢٫٥ و ٣٫٤ و ٤٫٧ و ٥٫٢ من السنتيمترات

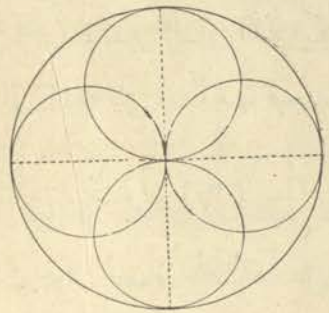
(٣) ارسم ثلاث دوائر أقطارهـا على التوالى ٣ و ٤ و ٥ من السنتيمترات

(٤) ارسم أربع دوائر أقطارها على التوالى ٥٫٦ و ٦٫٨ و ٧٫٤ و ٥٫٢ من السنتيمترات

(٥) ارسم دائرة نصف قطرها ٣ سنتيمترات وارسم فيها قطرين متعامدين

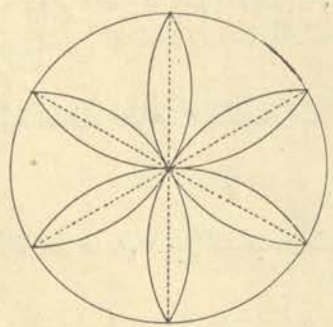
(٦) ارسم دائرة قطرها ٧٫٨ من السنتيمترات وارسم فيها قطرين متعامدين

(٧) ارسم دائرة نصف قطرها ٥ سنتيمترات وارسم فيها قطرين متعامدين واركز فى منتصف أنصاف الأقطار وبنصف قطر قدره ٢٫٥ من السنتيمترات ارسم ٤ دوائر كما فى (شكل ٣٢)



(شكل ٣٢)

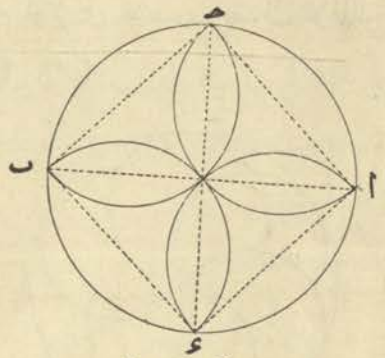
(٨) ارسم دائرة نصف قطرها ٥ سنتيمترات وارسم فيها ثلاثة أقطار بحيث يكون مقدار كل زاوية من الزوايا الواقعة بين أنصاف الأقطار ٦٠° ثم اركز فى نهاية كل نصف قطر و بفتحة تساوى ٥ سنتيمترات ارسم أقواساً كما هو مبين فى (شكل ٣٣)



(شكل ٣٣)

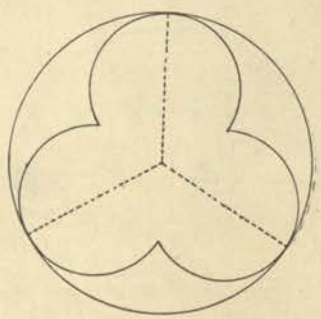
(٩) ارسم دائرة نصف قطرها ٥ سنتيمترات وارسم فيها قطرين متعامدين ا ب ، حـ ء ثم صل المستقيمات حـ ب ، ب ء ، ء ا ، ا حـ

واركز فى منتصف كل من هذه المستقيمات وارسم أقواساً كما هو مبين فى (شكل ٣٤)



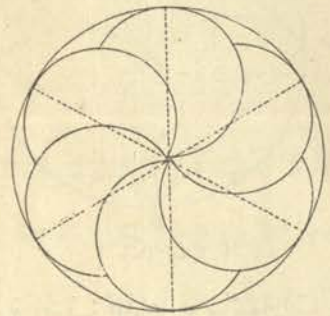
(شكل ٣٤)

(١٠) ارسم دائرة نصف قطرها ٥ سنتيمترات وارسم ثلاثة أنصاف أقطار داخلها بحيث يكون مقدار كل زاوية من الزوايا الواقعة بين أنصاف الأقطار ١٢٠° ثم اركز فى منتصف أنصاف الأقطار وارسم ثلاثة أقواس كما هو مبين فى (شكل ٣٥)



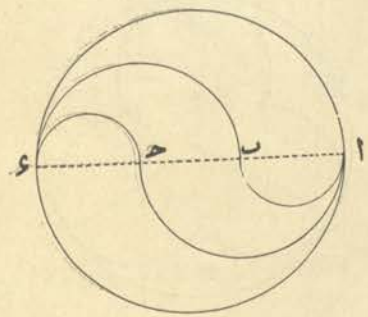
(شكل ٣٥)

(١١) ارسم دائرة نصف قطرها ٥ سنتيمترات وارسم داخلها ثلاثة أقطار بحيث يكون مقدار كل زاوية من الزوايا الواقعة بين أنصاف الأقطار = ٦٠ ثم اركز فى منتصف أنصاف الأقطار وارسم أقواساً كما هو مبين فى (شكل ٣٦)



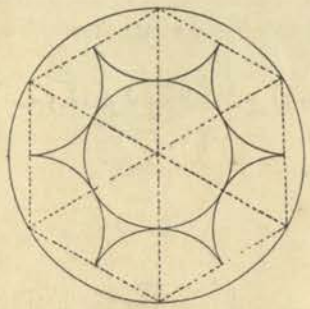
(شكل ٣٦)

(١٢) ارسم دائرة نصف قطرها ٦ سنتيمترات وارسم داخلها القطر ا ء ثم اقسم هذا القطر الى ثلاثة أقسام متساوية بنقطتى ب ، حـ وارسم أنصاف محيطات دوائر على ا ب ، ا حـ ، ب ء ، حـ ء كما هو مبين فى (شكل ٣٧)



(شكل ٣٧)

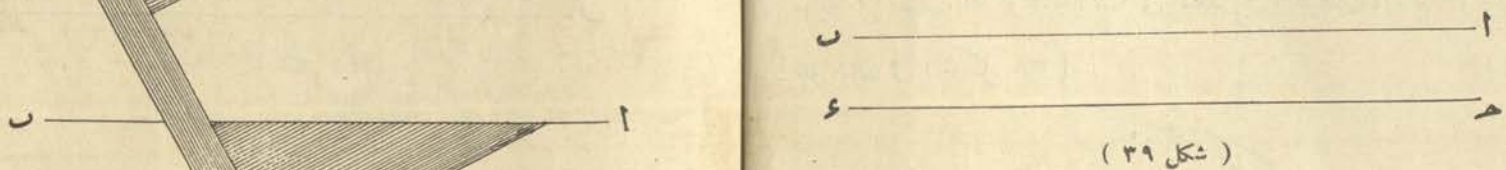
(١٣) ارسم دائرة نصف قطرها ٨ سنتيمترات وارسم فيها ثلاثة أقطار بحيث يكون مقدار كل زاوية من الزوايا الواقعة بين أنصاف الأقطار ٦٠° ثم اركز فى مركز هذه الدائرة وبنصف قطر قدره ٢,٥ من السنتيمترات ارسم دائرة أخرى ثم صل نهايات أنصاف الأقطار بمستقيمات واركز فى نهاية كل نصف قطر وبفتحة تساوى البعد بين المحيطين ارسم أقواساً كما هو مبين فى (شكل ٣٨)



(شكل ٣٨)

المتوازيات

المستقيمان المتوازيان هما اللذان يكونان فى مستوٍ واحد ولا يتلاقيان مهما امتدا مثل المستقيمين ا ب ، حـ ء (شكل ٣٩)



(شكل ٣٩)

ومثل أسطر الكرّاسة وكحدّى لوحة الطباشير الأفقيين والرأسيين وكحرفى فرخ الورق

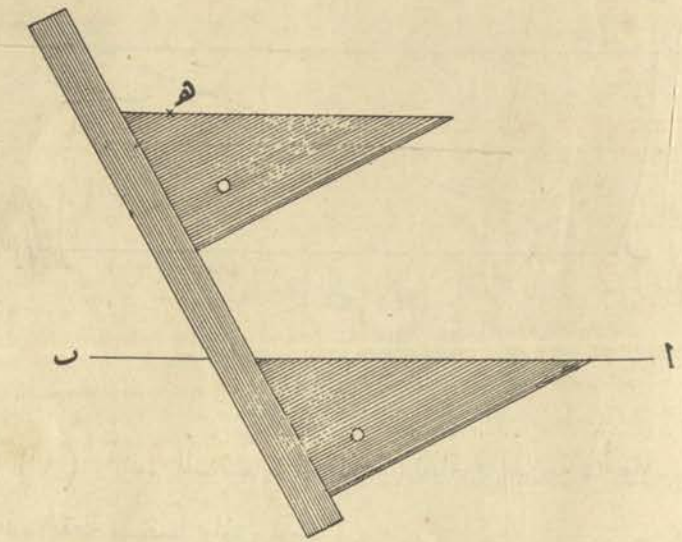
رسم مستقيم موازٍ لمستقيم آخر معلوم من نقطة معلومة

المطلوب رسم مستقيم يوازى المستقيم ا ب من نقطة هـ

العمل – نطبق أحد أضلاع المثلث على المستقيم المعلوم ا ب

ثم نضع المسطرة ملاصقة لضلع ثان من المثلث كما هو مبيّن فى (شكل ٤٠)

ثم نثبت المسطرة ونحرك المثلث بالانزلاق على طولها حتى أن ضلعه الذى كان منطبقاً على المستقيم ا ب يمرّ بالنقطة المعلومة هـ فنرسم منها مستقيماً بحذاء هذا الضلع فيكون هو الموازى المطلوب



(شكل ٤٠)

طريقة أخرى

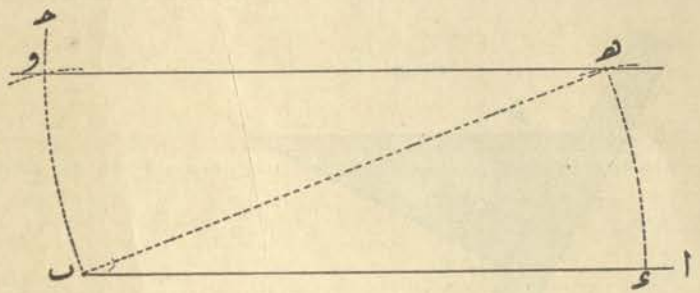
نركز فى ب (أو فى أى نقطة من نقط المستقيم ا ب) (شكل ٤١)

وبنصف قطر يساوى ب هـ نرسم قوساً تقطع ا ب فى ء

ثم نركز فى هـ وبالبعد عينه (ب هـ) نرسم القوس ب حـ

ثم نركز فى ب وبنصف قطر يساوى وتر القوس ء هـ نرسم قوساً تقطع القوس ب حـ فى و

نصل و هـ فيكون هو الموازى المطلوب



(شكل ٤١)

تمارين (٧)

(١) ارسم المستقيم ا ب وافرض نقطة حـ خارجة عنه وارسم من هذه النقطة مستقيماً يوازى ا ب

(٢) ارسم ثلاثة مستقيمات فى اتجاهات مختلفة وافرض نقطة خارجة عن كل مستقيم وارسم منها مستقيماً موازياً له

(٣) ارسم أربعة مستقيمات ذات أطوال مختلفة فى اتجاهات مختلفة وافرض نقطة خارجة عن كل مستقيم وارسم منها مستقيماً موازياً له

(٤) ارسم خطاً مستقيماً مثل ا ب وافرض نقطتى حـ ، ء خارجتين عنه كما فى (شكل ٤٢) وارسم من كل نقطة مستقيماً يوازى ا ب

(شكل ٤٢)

(٥) ارسم مستقيمين متوازيين ا ب ، حـ ء وافرض على المستقيم ا ب نقطة هـ وأقم منها عموداً على ا ب ومد هذا العمود على استقامته حتى يقابل حـ ء فى و ثم قس الزاوية حـ و هـ

ملاحظة – ينتج من هذا التمرين ان الزاوية حـ و هـ التى قيست قائمة وينتج من ذلك أن كل مستقيم عمودى على أحد المتوازيين يكون عمودياً على الآخر ويكون ذلك العمود هو البعد الحقيقى بينهما

(٦) ارسم خطاً مستقيماً وارسم ثلاثة مستقيمات موازية له بحيث يكون البعد بين المستقيم والآخر ٩ مليمترات

(٧) ارسم خطاً مستقيماً وارسم خمسة مستقيمات موازية له بحيث يكون البعد بين المستقيم والآخر ٨ مليمترات

(٨) ارسم خطاً مستقيماً وارسم سبعة مستقيمات موازية له ومتباعدة بعضها عن بعض بمقدار ٥ مليمترات

(٩) ارسم المستقيم ا ب بحيث يكون طوله ٣ بوصات ثم ارسم من ا المستقيم ا حـ بحيث يصنع مع ا ب ∠ حـ ا ب = ٧٦° ثم ارسم من ب المستقيم ب ء يوازى ا حـ باستعمال المسطرة والمثلث

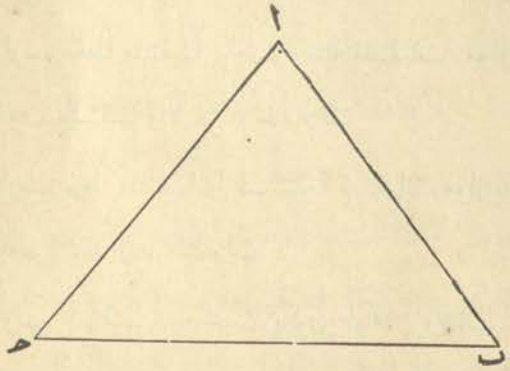
(١٠) أعد التمرين السابق عند ما تساوى الزاوية حـ ا ب المقادير ٢٥° ، ٩٠° ، ١٢٠° مستعملاً المسطرة والفرجار ثم حقق عملك فى كل مرة باستعمال المسطرة والمثلث

المثلثات

المثلث هوشكل مستوٍ محدود بثلاثة مستقيمات مثل ا ب ح (شكل ٤٣)

المستقيمات ا ب ، ب ح ، ح ا تسمى أضلاع المثلث والزوايا الواقعة بينها تسمى زوايا المثلث

يمكن اعتبار أى رأس من رؤوس زوايا المثلث رأساً له ويكون الضلع المقابل لهذا الرأس قاعدة له

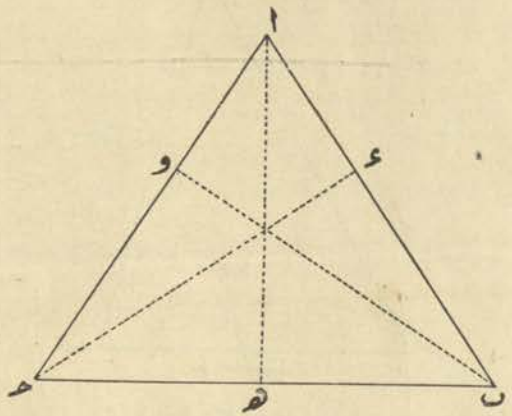


(شكل ٤٣)

فى المثلث ا ب ح (شكل ٤٣) لو اعتبر ح رأساً يكون ا ب القاعدة ولو اعتبر ا رأساً يكون ب ح القاعدة ولو اعتبر ب رأساً يكون ا ح القاعدة

ارتفاع المثلث هو العمود النازل من رأسه على قاعدته

ومن هنا يرى أنه يوجد للمثلث ثلاثة ارتفاعات

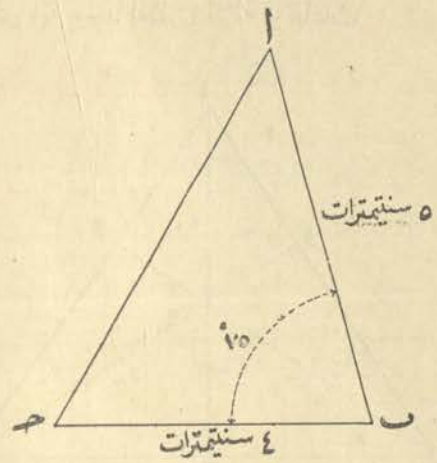


(شكل ٤٤)

رسم مثلث معلوم منه طول ضلعين ومقدار الزاوية المحصورة بينهما

المطلوب رسم المثلث ا ب ح الذى فيه الضلع ا ب = ٥ سنتيمترات ، ب ح = ٤ سنتيمترات ، ∠ ا ب ح = ٧٥°

العمل – نرسم زاوية مقدارها ٧٥° (شكل ٤٥) ونأخذ على أحد ضلعيها البعد ب ا مساوياً ٥ سنتيمترات وعلى الضلع الثانى البعد ب ح = ٤ سنتيمترات ثم نصل المستقيم ا ح فيحدث المثلث ا ب ح المطلوب



(شكل ٤٥)

تمارين (٨)

المطلوب رسم المثلثات (ا ب ح) بالمقادير الآتيــة وقياس الأجزاء الباقية من كل منها

(١) ∠ ا ب ح = ٨٠° ، ا ب = ٣ سنتيمترات ، ب ح = ٤٫٥ من السنتيمترات

(٢) ∠ ب = ٩٠° ، ا ب = ٣٫٧ من السنتيمترات ، ب ح = ٥٫٧ من السنتيمترات

(٣) ∠ ا = ٤٣° ، ا ب = ٥٫٤ من السنتيمترات ، ا ح = ٤٫٥ من السنتيمترات

المطلوب رسم المثلثات (ا ب ح) بالمقادير الآتية ثم رسم الارتفاعات الثلاثة لكل منها

(٤) ∠ ح = ١٢٠° ، ح ب = ٦٫٣ من السنتيمترات ، ح ا = ٤٫٥ من السنتيمترات

(٥) ∠ ا = ١٤٥° ، ا ب = ١٫٥ من البوصات ، ا ح = ٢ بوصة

(٦) ∠ ب = ١٦٠° ، ب ا = ٢ ½ من البوصات ، ب ح = ٢ بوصة

(٧) ∠ ح = ٩٠° ، ح ا = ٤٫٥ من السنتيمترات ، ح ب = ٥٫٣ من السنتيمترات

(٨) ا ح = ٢٫٩ من السنتيمترات ، ا ب = ٣٫٣ من السنتيمترات ، ∠ ا = ١٦٥°

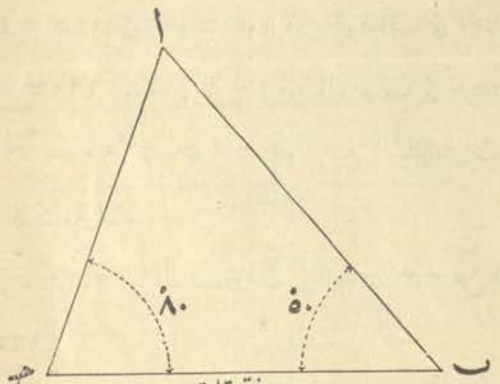
(٩) ∠ ح = ٧٩° ، ح ا = ٤٫٨ من السنتيمترات ، ح ب = ٥٫٤ من السنتيمترات

(١٠) ا ب = ٤٫٦ من السنتيمترات ، ا ح = ٦٫٤ من السنتيمترات ، ∠ ا = ١٥٠°

رسم مثلث معلوم طول احد اضلاعه والزاويتان المجاورتان لذلك الضلع

المطلوب رسم المثلث ا ب ح الذى فيــه ب ح = ٥ سنتيمترات ، ∠ ب = ٥٠° ، ∠ ح = ٨٠°

العمل – نرسم مستقيماً طوله ٥ سنتيمترات (شكل ٤٦) وليكن المستقيم ب حـ ثم نرسم من نقطة ب زاوية = ٥٠° ومن نقطة حـ زاوية = ٨٠° فضلعا هاتين الزاويتين يتقابلان فى نقطة ا ويحدث المثلث ا ب حـ المطلوب



(شكل ٤٦)

تمارين (٩)

ارسم المثلثات (ا ب حـ) بالمقادير الآتية وقس الأجزاء الثلاثة الأخرى لكل منها

(١) ا ب = ٤,٥ من السنتيمترات ، ∠ ا = ٤٥° ، ∠ ب = ٧٢°

(٢) ا ب = ٥,٣ من السنتيمترات ، ∠ ا = ٣٩° ، ∠ ب = ٣٠°

(٣) ∠ ب = ٩٠° ، ∠ حـ = ٤٥° ، ب حـ = ٥,٨ من السنتيمترات

(٤) ∠ حـ = ١١٥° ، ا حـ = ٦,٢ من السنتيمترات ، ∠ ا = ٣٦°

(٥) ∠ ا = ∠ حـ = ٦٠° ، ا حـ = ٥,٦ من السنتيمترات

(٦) ∠ ب = ٤٣° ، ∠ حـ = ٩٩° ، ب حـ = ٩,٦ من السنتيمترات

(٧) ∠ ا = ٧٣° ، ∠ ب = ٥٤° ، ا ب = ٥,٥ من السنتيمترات

(٨) ا حـ = ٧,٧ من السنتيمترات ، ∠ حـ = ٣١° ، ∠ ا = ٥٩°

(٩) ا ب = ٥,٦ من السنتيمترات ، ∠ ا = ∠ ب = ٤٥°

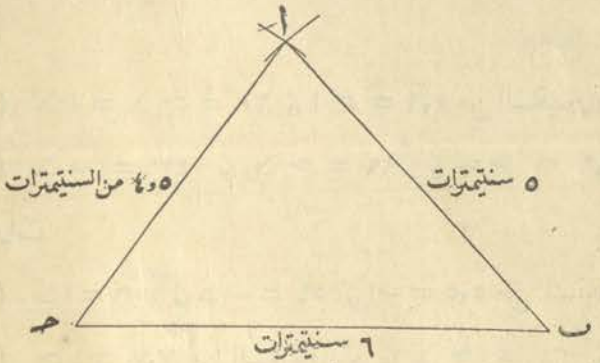
(١٠) ارسم المثلث ا ب حـ الذى فيه الضلع ب حـ = ٦ سنتيمترات ، ∠ ب = ٩٦° ، ∠ حـ = ١٠٢° واذكر ما تستنتجه من ذلك

رسم مثلث معلومة أطوال اضلاعه الثلاثة

المطلوب رسم المثلث ا ب حـ الذى فيه ا ب = ٥ سنتيمترات ، ب حـ = ٦ سنتيمترات ، ا حـ = ٤,٥ من السنتيمترات

العمل – نرسم المستقيم ب حـ (شكل ٤٧) بحيث يكون طوله ٦ سنتيمترات ثم نركز الفرجار فى نقطة ب وبفتحة تساوى ٥ سنتيمترات

نرسم قوساً ثم نركز فى حـ وبفتحة تساوى ٤٫٥ من السنتيمترات نرسم قوساً أخرى تقطع الأولى فى ا فنصل ا حـ ، ا ب يحدث المثلث ا ب حـ المطلوب



(شكل ٧٤)

تمارين (١٠)

ارسم المثلثات (ا ب حـ) بالمقادير الآتية وقس زوايا كلاً منها

تنبيه – يحسن رسم الضلع الأكبر أولاً

(١) ب حـ = ٤٫٥ من السنتيمترات ، حـ ا = ٥٫٣ من السنتيمترات ، ا ب = ٤٫٨ من السنتيمترات

(٢) ب حـ = ٥٫٦ من السنتيمترات ، حـ ا = ٥٫٤ من السنتيمترات ، ا ب = ٥٫٧ من السنتيمترات

(٣) ا ب = ٤٫٦ من السنتيمترات ، ب حـ = ٦٫٢ من السنتيمترات ، حـ ا = ٤٫١ من السنتيمترات

(٤) ب حـ = ١٫٥ من البوصات ، حـ ا = ٢ بوصة ، ا ب = ٢٫٥ من البوصات

(٥) ب حـ = ٢ بوصة ، حـ ا = ٢٫٥ من البوصات ، ا ب = ٣ بوصات

(٦) ب حـ = حـ ا = ٦٫٦ من السنتيمترات ، ا ب = ٤٫٧ من السنتيمترات

(٧) ب حـ = حـ ا = ا ب = ٤٫٨ من السنتيمترات

(٨) ب حـ = ٥٫٦ من السنتيمترات ، حـ ا = ا ب = ٥٫٦ من السنتيمترات

(٩) ب حـ = حـ ا = ا ب = ٤٫٩ من السنتيمترات

(١٠) ارسم مثلثاً مثل ا ب حـ أطوال أضلاعه ٢٫١ ، ٦٫٥ ، ٣ من السنتيمترات واذكر ما تستنتجه من ذلك

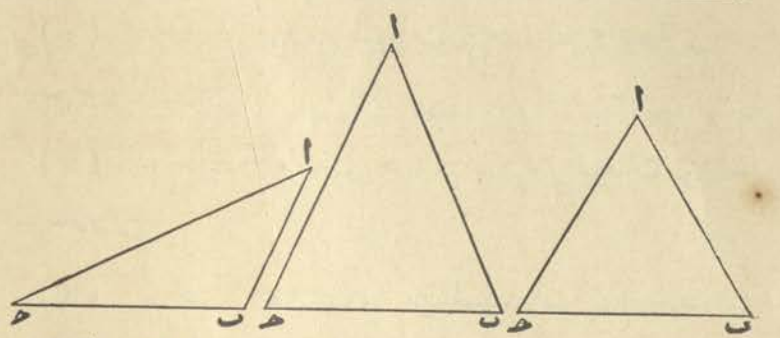
انواع المثلث بالنسبة الى اضلاعه

المثلث بالنسبة الى أضلاعه اما أن يكون

متساوى الأضلاع اذا تساوت أضلاعه كما فى (شكل ٤٨)

ومتساوى الساقين اذا تساوى فيه ضلعان كما فى (شكل ٤٩)

ومختلف الأضلاع اذا كانت أضلاعه مختلفة الطول كما فى (شكل ٥٠)



مثلث متساوى الاضلاع (شكل ٤٨) — مثلث متساوى الساقين (شكل ٤٩) — مثلث مختلف الاضلاع (شكل ٥٠)

تمارين (١١)

(١) ارسم المثلث ا ب حـ الذى فيه ا ب = ٤٫٢ من السنتيمترات ، ا حـ = ٥٫٢ من السنتيمترات ، ∠ ا = ١١٠° وقس الضلع حـ ب وقارن مقدار هذا الضلع بمجموع الضلعين حـ ا ، ا ب ثم بين نوع هذا المثلث بالنسبة الى أضلاعه

(٢) ارسم المثلث ا ب حـ الذى فيه ∠ ا = ∠ ب = ٦٥° ، ا ب = ٤٫٧ من السنتيمترات وقس الضلعين حـ ا ، حـ ب وقارن مقدار مجموعهما بمقدار طول الضلع ا ب ثم بين نوع هذا المثلث بالنسبة الى أضلاعه

(٣) ارسم المثلث ا ب حـ الذى فيه ∠ ا = ∠ ب = ٦٠° والضلع ا ب = ٦٫٧ من السنتيمترات وقس الضلعين حـ ا ، حـ ب

وقارن مقدار مجموعهما بمقدار طول الضلع ا ب ثم بين نوع هذا المثلث بالنسبة الى أضلاعه

(٤) ارسم المثلث ا ب حـ الذى فيه ∠ حـ = ٤٥° ، ∠ ب = ٩٠° ، حـ ب = ٥ سنتيمترات وقس الضلعين حـ ا ، ا ب وقارن مقدار مجموعهما بمقدار طول الضلع حـ ب ثم بين نوع هذا المثلث بالنسبة الى أضلاعه

(ملاحظة) – يستنتج من التمارين الأربعة المتقدمة الخاصة الآتية فى كل مثلث طول أى ضلع أصغر من مجموع الضلعين الآخرين

بيان مجموع الزوايا الداخلة لأى مثلث !!

تمارين (١٢)

(١) المطلوب رسم المثلث ا ب حـ الذى فيه ب حـ = ٥ سنتيمترات ، حـ ا = ٥٫٥ من السنتيمترات ، ا ب = ٤٫٤ من السنتيمترات وقياس كل من زواياه وايجاد مقدار مجموعها

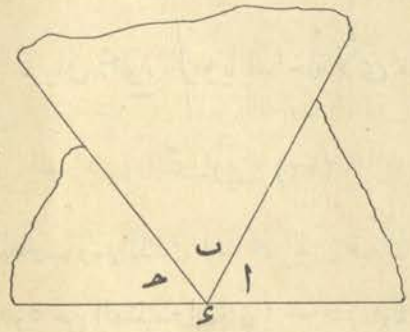
(٢) المطلوب رسم المثلث ا ب حـ الذى طول ضلعه ب حـ = ٦ سنتيمترات ، حـ ا = ٩ سنتيمترات ، ا ب = ٥ سنتيمترات وقياس كل من زواياه وايجاد مقدار مجموعها

(٣) المطلوب رسم المثلث ا ب حـ الذى طول ضلعه ا ب = ٤٫٥ من السنتيمترات ، ا حـ = ٥٫٤ من السنتيمترات ، ∠ ا = ٥٥°

وقياس كل من زاويتى حـ ، ب وايجاد مقدار مجموع زواياه

(٤) المطلوب رسم المثلث ا ب حـ الذى طول ضلعه ا ب = ٦٫٦ من السنتيمترات ، ∠ ا = ٣٥° ، ∠ ب = ٦٠° وقياس الزاوية حـ وايجاد مقدار مجموع زواياه

(٥) خذ قطعة من الورق على شكل مثلث ثمَّ افصل زواياه عنه بعد تعليمها ثم ضع هذه الزوايا بعضها بجانب بعض بحيث أن رؤوسها تجتمع فى نقطة واحدة كما هو مبين فى (شكل ٥١) واذكر ما تشاهده بعد وما ينتج من ذلك



(شكل ٥١)

ملاحظة — يستنتج من التمارين الخمسة المتقدمة الخاصة الآتية مجموع الزوايا الداخلة لأى مثلث يساوى ١٨٠° أى زاويتين قائمتين

تمارين (١٣)

(١) اذا كان مقدار زاويتين من مثلث هو ٥٤° ، ٧٨° ما مقدار الزاوية الثالثة

(٢) اذا كان مقدار زاويتين من مثلث هو ٣٧° ، ١١٧° فما مقدار الزاوية الثالثة

(٣) اذا كان مقدار زاويتين من مثلث هو ٢٣° ، ٣١° فما مقدار الزاوية الثالثة

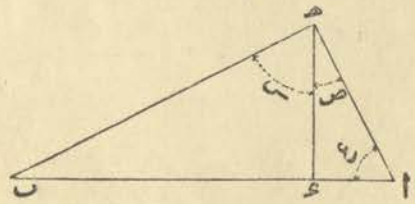
(٤) اذا كان مقدار زاويتين من مثلث هو ٩٠° ، ٤٥° فما مقدار الزاوية الثالثة

(٥) اذا كانت الزوايا الثلاث من مثلث متساوية فما مقدار درجات كل منها

(٦) اذا كان مقدار احدى زوايا مثلث هو ٤٦° والزاويتان الأخريان متساويتان فما مقدار درجات كل منهما

(٧) اذا كان مقدار احدى زوايا مثلث هو ٩٠° والزاويتان الأخريان متساويتان فما مقدار درجات كل منهما

(٨) اذا كان مقدار احدى زوايا المثلث هو ١٣٠° والزاويتان الأخريان متساويتان فما مقدار درجات كل منهما



(شكل ٥٢)

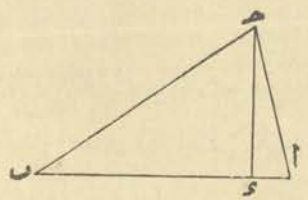
(٩) فى المثلث ا ب حـ (شكل ٥٢) الزاوية ا حـ ب = ٩٠° ، ∠ ب = ٢٥° ومن حـ أنزل حـ ء عموداً على ا ب فما مقدار درجات كل من الزوايا س ، ص ، ع

(١٠) أعد تمرين (٩) بفرض أن ∠ ب = ٥٠°

(١١) أعد تمرين (٩) بفرض أن ∠ ب = ٣٠°

(١٢) أعد تمرين (٩) بفرض أن ∠ ب = ٤٥°

(١٣) فى المثلث ا ب ح (شكل ٥٣) الزاوية ا ح ب = ٧٠° ، ∠ ب = ٣٥° ، ح ء عموداً على ا ب أوجد مقدار درجات كل زاوية فى الشكل

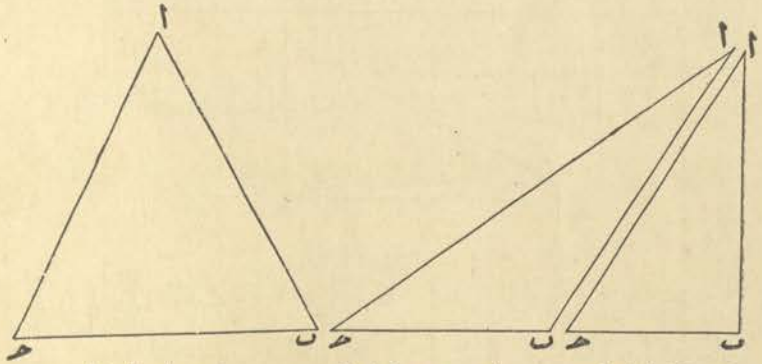


(شكل ٥٣)

(١٤) أعد تمرين (١٣) بفرض أن ∠ ا ح ب = ٨٠° ، ∠ ب = ٢٥°

(١٥) أعد تمرين (١٣) بفرض أن ∠ ا ح ب = ٩٠° ، ∠ ب = ١٥°

انواع المثلث بالنسبة الى زواياه



مثلث قائم الزاوية (شكل ٥٤)

مثلث منفرج الزاوية (شكل ٥٥)

مثلث حاد الزوايا (شكل ٥٦)

المثلث بالنسبة الى زواياه إما أن يكون :

قائم الزاوية اذا كانت احدى زواياه قائمة كما فى (شكل ٥٤)

ومنفرج الزاوية اذا كانت احدى زواياه منفرجة كما فى (شكل ٥٥)

وحاد الزوايا اذا كانت زواياه الثلاث حادة كما فى (شكل ٥٦)

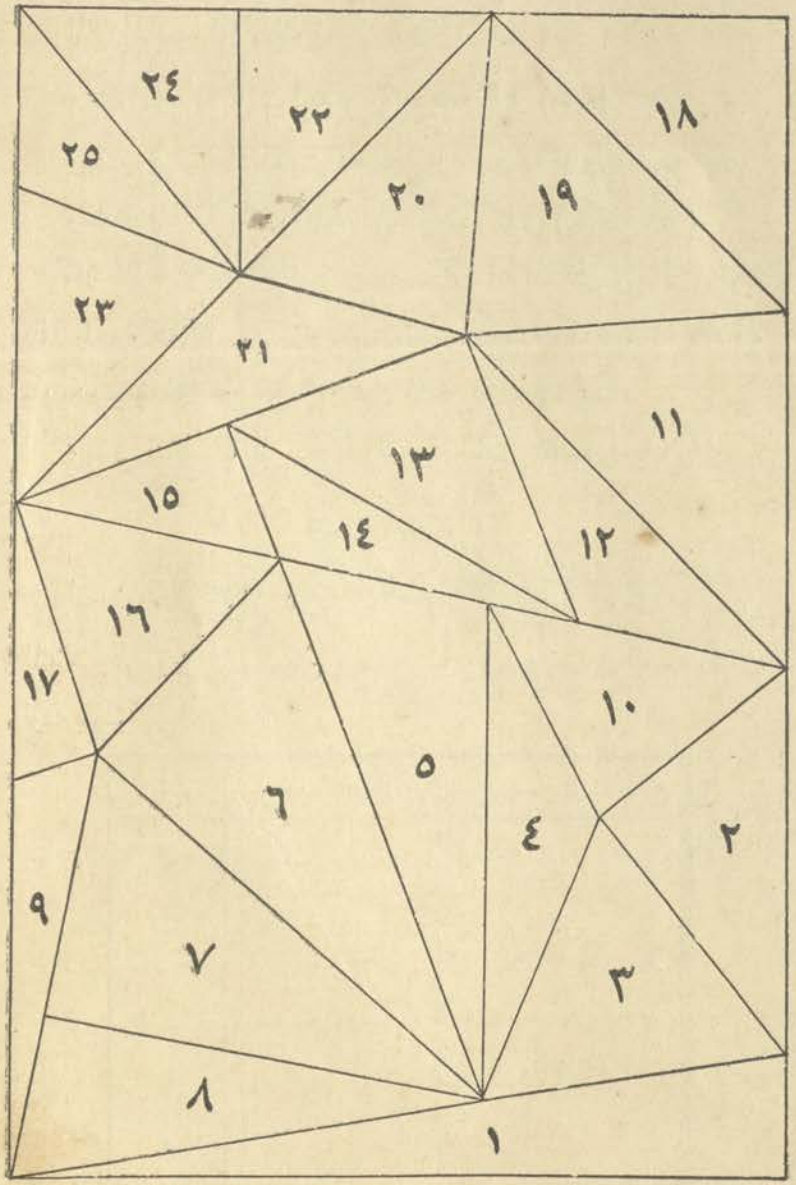
ملاحظة – يؤخذ مما تقدم فى صفحة ٤٨ أنه اذا كان فى المثلث زاوية قائمة واحدة كان كل من الزاويتين الأخريين حادة وكذلك اذا كان فيه زاوية منفرجة كان كل من الزاويتين الأخريين حادة أيضاً

ويسمى الضلع المقابل للزاوية القائمة فى المثلث القائم الزاوية وتراً له

تمارين (١٤)

ارسم جدولاً كالآتى وبين فى العمود الثانى منهُ نوع كل مثلث من المثلثات المرسومة فى (شكل ٥٧) بالنسبة الى زواياه وفى العمود الثالث نوعه بالنسبة الى أضلاعه

المثلث	النوع بالنسبة الى الزوايا	النوع بالنسبة الى الاضلاع
١		
٢		
٣		
٤		
٥		

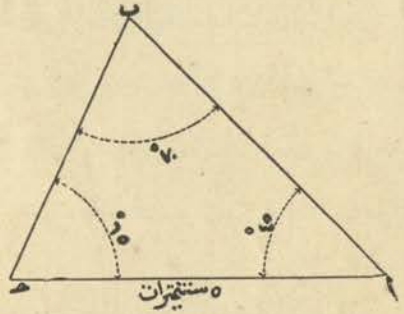


رسم مثلث معلوم مقدار زاويتين من زواياه وطول الضلع المقابل لإحداهما

المطلوب رسم المثلث ا ب ح الذى فيه ∠ ا = ٤٥° ، ∠ ب = ٧٠°
وطول الضلع ا ح المقابل للزاوية ب = ٥ سنتيمترات

العمل – من حيث أن مقدار مجموع زوايا المثلث = ١٨٠° فيكون مقدار الزاوية ح = ١٨٠ – (٤٥° + ٧٥°) = ٦٥°

اذن قد آل الأمر الى رسم مثلث معلوم طول أحد أضلاعه والزاويتان المجاورتان لذلك الضلع



(شكل ٥٨)

فنرسم المستقيم ا ح بحيث يكون طوله ٥ سنتيمترات ونرسم من ا زاوية مقدارها ٤٥° ومن ح نرسم زاوية مقدارها ٦٥° فضلعا هاتين الزاويتين يتقابلان فى نقطة ب فيكون ا ب ح المثلث المطلوب

تمارين (١٥)

ارسم المثلثات (ا ب حـ) بالمقادير الآتية وبين نوع كل منها بالنسبة الى زواياه والى أضلاعه

(١) ب حـ = ٥ سنتيمترات ، ∠ا = ٧٥° ، ∠ب = ٤٦°

(٢) ∠ا = ٧٠° ، ∠ب = ٥٥° ، ب حـ = ٥,٤ من السنتيمترات

(٣) ا ب = ٢,٥ من البوصات ، ∠ب = ∠حـ = ٦٨°

(٤) ∠ب = ١١٥° ، ∠حـ = ٣٥° ، ا حـ = ٢ بوصة

(٥) ∠حـ = ∠ا = ٦٠° ، ا ب = ٣,٩ من السنتيمترات

(٦) ا ب = ٤ سنتيمترات ، ∠ا = ٥٧° ، ∠حـ = ٣٣°

(٧) ب حـ = ٤,٩ من السنتيمترات ، ∠ا = ١٤° ، ∠حـ = ٥٠°

(٨) ∠ا = ٧٣° ، ∠ب = ١٧° ، ب حـ = ٤ سنتيمترات

(٩) ب حـ = ٤,٦ من السنتيمترات ، ∠ا = ∠ب = ٥٥°

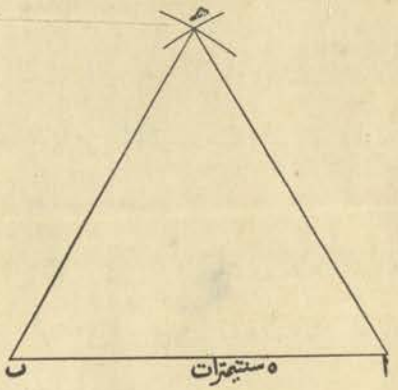
(١٠) ا حـ = ٦ سنتيمترات ، ∠حـ = ∠ب = ٦٠°

رسم مثلث متساوى الأضلاع

معلوم طول أحد أضلاعه

المطلوب رسم المثلث ا ب حـ المتساوى الأضلاع الذى طول أحد أضلاعه ا ب = ٥ سنتيمترات

العمل – من حيث ان المثلث المتساوى الأضلاع أضلاعه متساوية فقد آل الأمر الى رسم مثلث معلومة أطوال أضلاعه الثلاثة



(شكل ٥٩)

فنرسم المستقيم ا ب (شكل ٥٩) بحيث يكون طوله ٥ سنتيمترات ونركز الفرجار فى ا و بفتحة مقدارها ٥ سنتيمترات نرسم قوساً ونركز فى ب و بنفس الفتحة الأولى نرسم قوساً تقطع الاولى فى حـ فنحصل حـ ا ، حـ ب فيحدث المثلث ا ب حـ المطلوب

تمارين (١٦)

(١) ارسم المثلث ا ب حـ المتساوى الأضلاع الذى طول أحد أضلاعه ا ب = ٥,٥ من السنتيمترات وقس كل زاوية من زواياه وقارن مقادير هذه الزوايا بعضها ببعض

(٢) ارسم المثلث ا ب حـ المتساوى الأضلاع الذى طول أحد أضلاعه ا ب = ٦,٤ من السنتيمترات وقس كل زاوية من زواياه وقارن مقادير هذه الزوايا بعضها ببعض

(٣) ارسم المثلث ا ب حـ المتساوى الأضلاع الذى طول أحد أضلاعه ب حـ = ٧,٧ من السنتيمترات وقس كل زاوية من زواياه وقارن مقادير هذه الزوايا بعضها ببعض

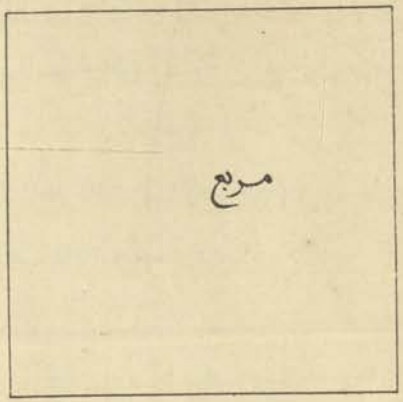
(٤) ارسم المثلث ا ب حـ المتساوى الأضلاع الذى طول أحد أضلاعه ب حـ = ٤,٩ من السنتيمترات وقس كل زاوية من زواياه وقارن مقادير هذه الزوايا بعضها ببعض

(٥) ارسم المثلث ا ب حـ المتساوى الأضلاع الذى طول أحد أضلاعه ب حـ = ٦,٥ من السنتيمترات وقس كل زاوية من زواياه وقارن مقادير هذه الزوايا بعضها ببعض

ملاحظة – يستنتج من التمارين الخمسة المتقدمة الخاصة الآتية
اذا كان المثلث متساوى الأضلاع فانه يكون متساوى الزوايا أيضاً

توضيح المربع

المربع شكل مستوٍ محدود بأربعة مستقيمات متساوية وزواياه الأربع قوائم كما فى (شكل ٦٠)



(شكل ٦٠)

المساحات

مساحة الشكل هى مقدار ما تحيط بهِ أضلاعه من السطح . فاذا رسمنا شكلاً مقفلاً على قطعة من الورق سمى مقدار السطح المحدد بالأضلاع « مساحة الشكل »

السنتيمتر المربع هو مساحة المربع الذى طول ضلعه سنتيمتر كما فى (شكل ٦١)

(شكل ٦١) (شكل ٦٢)

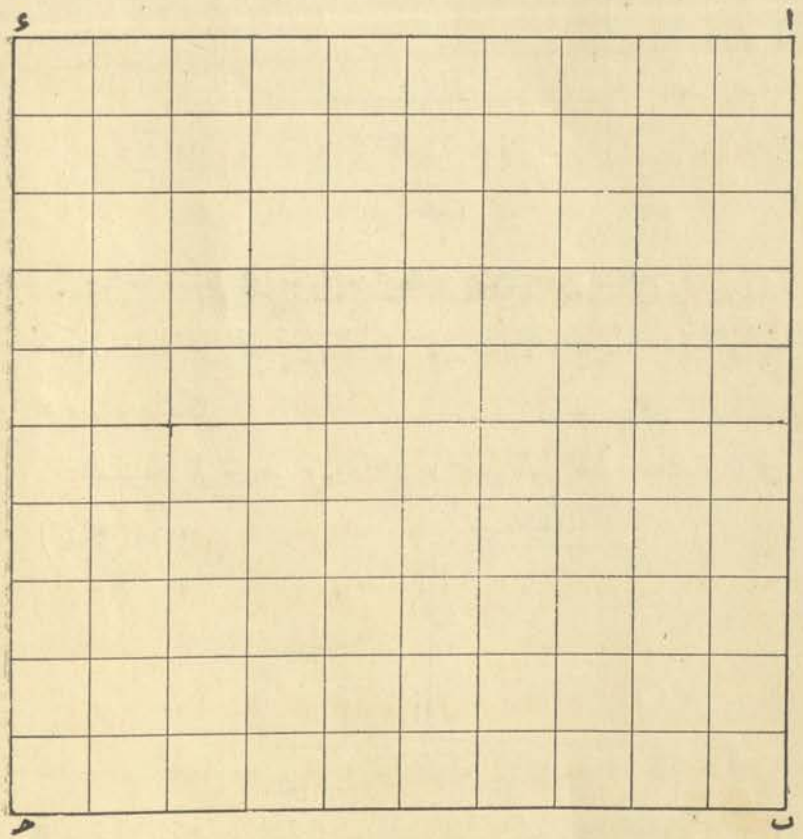
البوصة المربعة هى مساحة المربع الذى طول ضلعه بوصة كما فى (شكل ٦٢)

وقس على ذلك المتر المربع واليادرة المربعة والقدم المربع

وعلى ذلك فوحدة السطوح هى مساحة مربع طول ضلعه وحدة الأطوال

مساحة المربع

اذا فرضنا أن ا ب حـ ء (شكل ٦٣) مربع طول ضلعه ١٠ من السنتيمترات ويطلب ايجاد مساحة هذا المربع



(شكل ٦٣)

لذلك نقسم كلاً من ا ب ، ء حـ الى عشرة أقسام متساوية ونرسم من نقط تقسيم كل منهما مستقيمات توازى الآخر فبذلك ينقسم المربع الى أقسام كل منها سنتيمتر مربع

ومن حيث ان المربع يحتوى على ١٠ صفوف أفقية فى كل منها ١٠ مربعات فيحتوى المربع على ١٠ × ١٠ = ١٠٠ من السنتيمترات المربعة

وعلى ذلك تكون

عدد الوحدات المربعة التى تشتمل عليها مساحة المربع تساوى حاصل ضرب عدد الوحدات الدالة على طول ضلعه فى نفسها (أى مربع ضلعه)

تمارين (١٧)

ارسم على ورق المربعات مربعات مقدار طول أضلاعها كما سيأتى ثم أوجد مساحة كل بالحساب وعد المربعات المحصورة بين أضلاع كل مربع على الورق للتحقق من النتيجة الحسابية

(١) طول الضلع = ٤ سنتيمترات

(٢) » » = ٥ »

(٣) » » = ٧ »

(٤) » » = ٩ »

(٥) » » = ١٢ سنتيمتراً

أوجد بالحساب مساحة كل من المربعات التى مقدار طول أضلاعها كما يأتى :

(٦) طول الضلع = ٢٨ متراً

(٧) » » = ٥٧ ذراعاً بلديًّا

(٨) » » = ٣ ½ من السنتيمترات و بين ذلك بالرسم

(٩) » » = ¼ كيلومتر

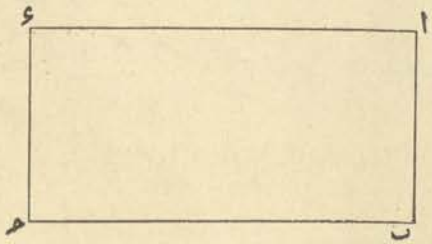
(١٠) » » = ¼ ميل انجليزى

(١١) » » = ٨٧ قصبة

(١٢) » » = ١٩٦ ياردة

المستطيل

المستطيل هو شكل مستوٍ محدود بأربعة مستقيمات كل اثنين متقابلين منها متساويان وزواياه الأربع قوائم مثل ا ب حـ ء (شكل ٦٤)

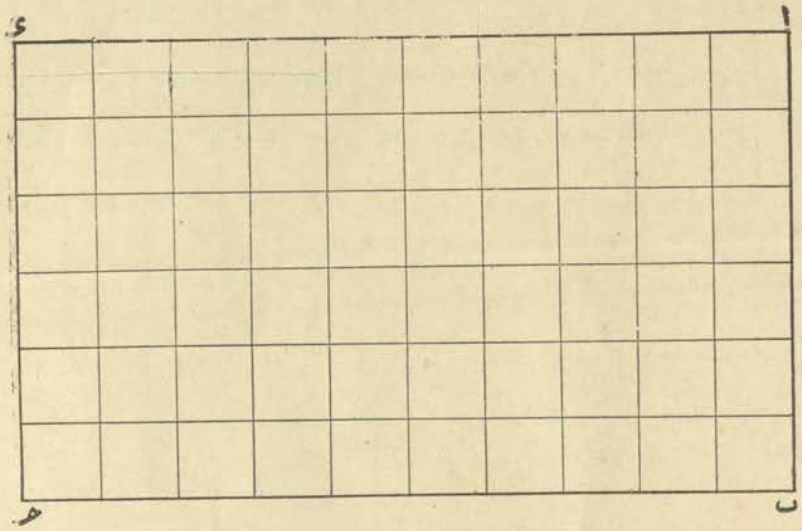


(شكل ٦٤)

الضلع ب حـ يسمى قاعدة المستطيل أو طول المستطيل

والضلع ا ب يسمى ارتفاع المستطيل أو عرض المستطيل

مساحة المستطيل



(شكل ٦٥)

اذا فرضنا أن ا ب حـ ء (شكل ٦٥) مستطيل طول قاعدته ب حـ = ١٠ سنتيمترات وطول ارتفاعه ا ب = ٦ سنتيمترات ويطلب ايجاد مساحة هذا المستطيل

لذلك نقسم ب حـ الى ١٠ أقسام متساوية و ا ب الى ٦ من هذه الأقسام

ونرسم من نقط تقسيم كل منهما مستقيمات توازى الآخر

فبذلك ينقسم المستطيل الى أقسام كل منها سنتيمتر مربع

ومن حيث أن الشكل يحتوى على ٦ صفوف أفقية فى كل منها ١٠

مربعات فيحتوى المستطيل على ١٠ × ٦ = ٦٠ من السنتيمترات المربعة وعلى ذلك تكون

عدد الوحدات التى تشتمل عليها مساحة المستطيل = حاصل ضرب عدد الوحدات الدالة على طول قاعدته فى عدد الوحدات الدالة على طول ارتفاعه

تمارين (١٨)

ارسم على ورق المربعات مستطيلات أبعادها كما يأتى ثم أوجد مساحة كل بالحساب وعد المربعات المحصورة بين أضلاعه على الورق للتحقق من النتيجة الحسابية

(١) طول القاعدة ٤ سنتيمترات وطول الارتفاع ٥ سنتيمترات

(٢) » » ٦ » » » ٤ »

(٣) » » ٧ » » » ٣ »

(٤) » » ٩ » » » ٦ »

(٥) » » ١١ سنتيمتراً » » ٧ »

أوجد بالحساب مساحة كل من المستطيلات التى أبعادها كما يأتى

(٦) طول القاعدة ١٨ متراً وطول الارتفاع ١٣ متراً

(٧) » » ٩ ديسيمترات وطول الارتفاع ٨٢ ديسيمتراً

(٨) » » ١٥ سنتيمتراً » » ١٢ سنتيمتراً

(٩) طول القاعدة ٣٤,٢ من الأمتار وطول الارتفاع ٢٤,٦ من الأمتار

(١٠) » » ١٧ ياردة وطول الارتفاع ١٢ ياردة

(١١) » » ١٧ $\frac{١}{٢}$ من الأقدام وطول الارتفاع ٥ $\frac{١}{٣}$ من الأقدام

(١٢) طول القاعدة ٢ $\frac{١}{٢}$ من الكيلومترات وطول الارتفاع ٤٥ متراً

(١٣) » » $\frac{١}{٤}$ كيلومتر وطول الارتفاع ٧٥ سنتيمتراً

(١٤) » » $\frac{١}{٤}$ ميل انجليزى وطول الارتفاع ٦٢ قدماً

(١٥) » » $\frac{١}{٢}$ » » » » ١٩٧ ياردة

(١٦) » » ٧٧ قدماً وطول الارتفاع ٧٢ بوصة

قد تبيَّن أن مساحة المستطيل تساوى حاصل ضرب عدد الوحدات الدالة على طول قاعدته فى عدد الوحدات الدالة على طول ارتفاعه ومعلوم أنه اذا علم حاصل الضرب وأحد المضروبين أمكن إيجاد المضروب الثانى بقسمة حاصل الضرب على المضروب المعلوم فحينئذٍ يمكن أن نستنتج من ذلك الآتى :

طول قاعدة المستطيل = خارج قسمة المساحة على عدد وحدات طول الارتفاع

طول ارتفاع المستطيل = خارج قسمة المساحة على عدد وحدات طول القاعدة

تمارين (١٩)

(١) ما طول قاعدة المستطيل الذى مساحته ٦٠ سنتيمتراً مربعاً وطول ارتفاعه ١٥ سنتيمتراً

(٢) ما طول قاعدة المستطيل الذى مساحته ١٢٠ ديسيمتراً مربعاً وطول ارتفاعه ٢٠ ديسيمتراً

(٣) ما طول قاعدة المستطيل الذى مساحتهُ ٢٨٥ متراً مربعاً وطول ارتفاعه ١٥,٢٠ من الأمتار

(٤) ما طول ارتفاع المستطيل الذى مساحتهُ ١٨٠ سنتيمتراً مربعاً وطول قاعدته ٢٥ ديسيمتراً

(٥) ما طول ارتفاع المستطيل الذى مساحتهُ ١٥٠ ديسيمتراً مربعاً وطول قاعدته ٣٠ ديسيمتراً

(٦) ما طول ارتفاع المستطيل الذى مساحتهُ ١٦٥ متراً مربعاً وطول قاعدته ١٣,٥ من الأمتار

(٧) ما طول قاعدة المستطيل الذى مساحتهُ ٦٦٠ متراً مربعاً وطول ارتفاعه ٣٣ متراً

(٨) ما طول قاعدة المستطيل الذى مساحته ١٩١٢ ½ من الأمتار المربعة وطول ارتفاعه ٢٥ متراً

(٩) ما طول قاعدة المستطيل الذى مساحته ٨١٦ ½ من الياردات المربعة وطول ارتفاعه ٤,٢ من الياردات

(١٠) ما طول قاعدة المستطيل الذى مساحته ٤٢٠ قدماً مربعاً وطول ارتفاعه ٢١ قدماً

(١١) ما طول ارتفاع المستطيل الذى مساحته ٢١٦٠ ذراعاً معمارياً مربعاً وطول قاعدته ٤٠ ذراعاً معمارياً

(١٢) ما طول ارتفاع المستطيل الذى مساحته ٢٠٦٤ قصبة مربعة وطول قاعدته ٤٨ قصبة

تمارين متنوعة (٢٠)

على مساحة المربع والمستطيل

(١) ارسم شكلاً يبين أن السنتيمتر المربع = ١٠٠ من المليمترات المربعة

(٢) احسب قاعدة مستطيل مساحته ٤٥ سنتيمتراً مربعاً وقاعدته ٥ سنتيمترات وحقق الناتج الحسابى برسم هذا المستطيل على ورق المربعات وعد ما فيه من المربعات

(٣) احسب ارتفاع مستطيل مساحته ٦٣ سنتيمتراً مربعاً وقاعدته ٩ سنتيمترات وحقق الناتج الحسابى برسم هذا المستطيل على ورق المربعات وعد ما فيه من المربعات

(٤) ارسم شكلاً يبين أن الديسيمتر المربع = ١٠٠ من السنتيمترات المربعة

(٥) ما مساحة مستطيل قاعدته ٢٤ متراً وطول ارتفاعه ١٥٠ سنتيمتراً

(٦) قاعة مستطيلة الشكل طولها ١٨ ذراعاً بلدياً وعرضها ١٥ ذراعاً بلدياً يراد فرشها بحصير ثمن الذراع البلدى المربع منه ٧٫٥ من المليمات فما ثمن هذا الحصير

(٧) حجرة طولها ٦ أمتار وعرضها ٤ ½ من الأمتار يراد فرشها ببساط من الذى عرضه ١ ½ من الأمتار فما ثمن البساط اللازم لذلك اذا كان ثمن المتر منه ١٩٫٥ من القروش

تنبيه — يلاحظ أن مساحة البساط هى عين مساحة الحجرة فعند معرفة مساحة الحجرة تقسم على مقدار عرض البساط ينتج عدد الأمتار التى يجب شراؤها

(٨) سكة حديدية تمتد على قطعة أرض طولها ٤٠ كيلومتراً وعرضها ١٢ متراً فما مقدار ثمنها اذا كان ثمن المتر المربع من هذه الأرض ٤٠ قرشاً

(٩) قاعة مربعة الشكل ضلعها ٤٫٣٢ من الأمتار يراد رصفها ببلاط مربع الشكل طول ضلع القطعة منه ٠٫٥٤ من الأمتار فكم بلاطة تلزم لذلك

(١٠) قطعة أرض على شكل مربع طول محيطها (مجموع أطوال أضلاعها) ١٢٠ متراً فما طول ضلعها وكم متراً مربعاً تبلغ مساحتها

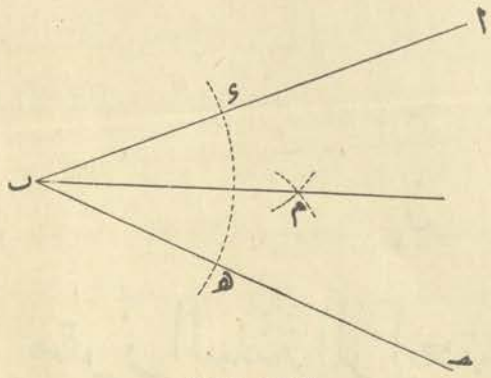
انتهى مقرر السنة الثالثة ويليه مقرر السنة الرابعة

أوّله تنصيف الزوايا

مقرر السنة الرابعة

مقرر السنة الرابعة

تنصيف زاوية بواسطة الفرجار



(شكل ٦٦)

المطلوب تنصيف الزاوية ا ب حـ (شكل ٦٦)

العمل – نركز الفرجار فى ب و بنصف قطر مناسب نرسم قوساً تقطع الضلع ب ا فى ء والضلع ب حـ فى هـ ثم نركز فى كل من ء ، هـ و بنصف قطر اكبر من نصف وتر القوس هـ ء نرسم قوسين تتقاطعان فى م ونصل ب م فيكون هو منصف الزاوية ا ب حـ المعلومة

(تنبيه) الوتر هو المستقيم الواصل بين نهايتى القوس

تمـارين (٢١)

(١) ارسم ثلاث زوايا مقاديرها على الترتيب ٣٠° ، ٥٠° ، ٧٠° ونصّف كلاً منها بواسطة الفرجار وحقق ذلك بواسطة المنقلة

(٢) ارسم ثلاث زوايا منفرجـة غير متساوية ونصف كلاً منها بواسطة الفرجار

(٣) ارسم أربع زوايا مقاديرها على التوالى ١٥° ، ٢٥° ، ٣٥° ، ٥٥° ونصف كلاً منها بواسطة الفرجار

(٤) ارسم أربع زوايا مقاديرها على التوالى ٦٥° ، ٩٥° ، ١١٠° ، ١٤٥° ونصف كلاً منها بواسطة الفرجار

(٥) المطلوب رسم زاوية تساوى ١٥٥° وتقسيمها الى أربعة أقسام متساوية بطريقة تنصيف الزوايا

(٦) المطلوب رسم زاوية مقدارها ١٦٥° وتقسيمها الى أربعة أقسام متساوية بطريقة تنصيف الزوايا

(٧) المطلوب رسم زاوية تساوى ١٧٠° وتقسيمها الى ثمانية أقسام متساوية بطريقة تنصيف الزوايا

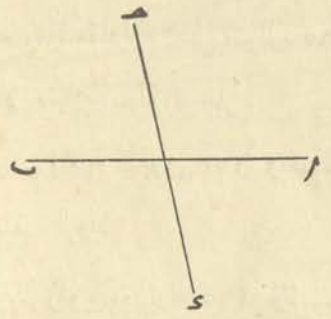
(٨) المطلوب رسم زاوية مقدارها ١٧٥° وتقسيمها الى ثمانية أقسام متساوية بطريقة تنصيف الزوايا

(٩) المطلوب رسم المثلث المتساوى الأضلاع الذى طول قاعدته ٥٫٥ من السنتيمترات وتنصيف زواياه الثلاث

(١٠) المطلوب رسم المثلث ا ب حـ الذى فيه الضلع ا حـ = ٥ سنتيمترات ، ا ب = ٦ سنتيمترات ، ∠ ا = ٧٠° وتنصيف زواياه الثلاث

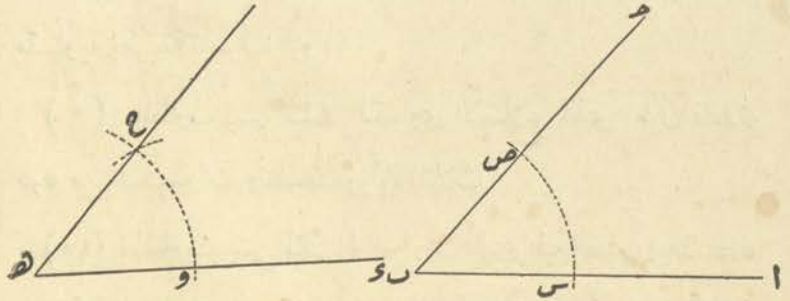
(١١) المطلوب رسم المثلث ا ب حـ المتساوى الأضلاع الذى طول قاعدته ب حـ = ٦,٥ من السنتيمترات وتنصيف زواياه الثلاث

(١٢) ارسم مستقيمين متقاطعين ا ب ، ء حـ ء (شكل ٦٧) ونصف الزوايا الأربع الحادثة من ذلك



(شكل ٦٧)

رسم زاوية تساوى زاوية أخرى معلومة بواسطة الفرجار



(شكل ٦٨) (شكل ٦٩)

نفرض أن الزاوية المعلومة ا ب حـ (شكل ٦٨) والمطلوب رسم زاوية مساوية لها

العمل – نرسم المستقيم ء هـ (شكل ٦٩)

ثم نركز الفرجار فى رأس الزاوية المعلومة وبنصف قطر مناسب نرسم قوساً تقطع ضلعى الزاوية فى نقطتى س ، ص ثم نركز فى هـ وبنفس الفتحة الاولى نرسم قوساً تقطع هـ ء فى و

ونركز فى و وبنصف قطر يساوى س ص نرسم قوساً تقطع الأولى فى ع نصل هـ ع فتحدث الزاوية ء هـ ع المطلوبة

تمارين (٢٢)

(١) ارسم ثلاث زوايا حادة غير متساوية وارسم ثلاث زوايا أخرى مساوية لها بواسطة الفرجار

(٢) ارسم ثلاث زوايا منفرجة غير متساوية وارسم ثلاث زوايا أخرى مساوية لها بواسطة الفرجار

(٣) ارسم أربع زوايا مقاديرها على التوالى ٧٥° ، ٤٥° ، ١١٥° ، ١٦٠° وارسم أربع زوايا أخرى مساوية لها بواسطة الفرجار

(٤) ارسم مثلثاً مامثل ا ب حـ ثم ارسم مستقيماً مثل ء هـ = ا ب ومد من ء مستقيماً يصنع مع ء هـ زاوية مثل هـ ء و = ∠ ا ومن هـ مستقيماً يصنع مع هـ ء زاوية مثل ء هـ و = ∠ ب ثم قس ∠ و وقارن مقدارها بمقدار الزاوية حـ وقس الضلعين و ء ، و هـ وقارن بين مقداريهما وبين مقدارى الضلعين حـ ا ، حـ ب

بيان تساوى الزاويتين المقابلتين لضلعى المثلث المتساويين

تمارين (٢٣)

(١) ارسم المثلث ا ب حـ الذى فيه ا ب = ا حـ = ٥,٥ من السنتيمترات ، ب حـ = ٤ سنتيمترات وقس زاويتى ب ، حـ وقارن بين مقدارى هاتين الزاويتين

(٢) ارسم المثلث ا ب حـ الذى فيه ا ب = ا حـ = ٤,٤ من السنتيمترات ، ب حـ = ٥ سنتيمترات وقس زاويتى ب ، حـ وقارن بين مقدارى هاتين الزاويتين

(٣) ارسم المثلث ا ب حـ الذى فيه ا ب = ب حـ = ٦ سنتيمترات ، ∠ ب = ٥٠° وقس زاويتى ا ، حـ وقارن بين مقدارى هاتين الزاويتين

(٤) ارسم المثلث ا ب حـ الذى فيه ا ب = ب حـ = ٥,٩ من السنتيمترات ، ∠ ب = ٦٥° وقس زاويتى ا ، حـ وقارن بين مقدارى هاتين الزاويتين

(٥) ارسم المثلث ا ب حـ الذى فيه ا ب = ب حـ = ٧,٥ من السنتيمترات ومقدار ∠ ب = ٩٠° وقس زاويتى ا ، حـ وقارن بين مقدارى هاتين الزاويتين

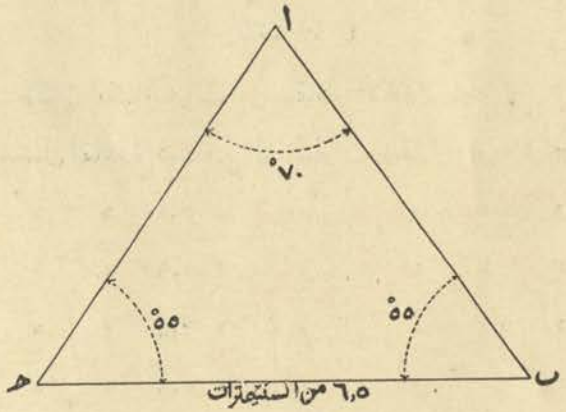
(٦) ارسم المثلث ا ب حـ الذى فيه ا ب = ا حـ = ٨,٥ من السنتيمترات ، ب حـ = ٥ سنتيمترات وقس زاويتى ب ، حـ وقارن بين مقدارى هاتين الزاويتين

ملاحظة – يستنتج من التمارين الستة المتقدمة الخاصة الآتية

الزاويتان المقابلتان لضلعين متساويين فى المثلث متساويتان

رسم مثلث متساوى الساقين معلوم طول قاعدته ومقدار زاوية رأسه

المطلوب رسم المثلث ا ب حـ المتساوى الساقين الذى فيه زاوية الرأس ا = ٧٠° ومقدار قاعدته ب حـ = ٦,٥ من السنتيمترات



(شكل ٧٠)

العمل – تقدم أن مجموع درجات زوايا أى مثلث = ١٨٠°

فيكون مقدار مجموع درجات الزاويتين المجاورتين للقاعدة هو

١٨٠° – ٧٠° = ١١٠°

وتقدَّم أيضاً أن الزاويتين المقابلتين لضلعين متساويين فى مثلث متساويتان

فيكون مقدار كل زاوية من زاويتى القاعدة هو

$$٥٥^\circ = ٢ \div ١١٠^\circ$$

فقد آل الأمر لرسم مثلث معلوم منه طول أحد أضلاعه والزاويتان المجاورتان لذلك الضلع

فنرسم المستقيم ب حـ (شكل ٧٠) بحيث يكون طوله ٦,٥ من السنتيمترات ونرسم من نقطة ب زاوية مقدارها ٥٥° ونرسم من نقطة حـ زاوية مقدارها ٥٥° فضلعا هاتين الزاويتين يتقابلان فى نقطة ا ويكون المثلث ا ب حـ هو المطلوب

تمارين (٢٤)

ارسم مثلثات متساوية الساقين بالمقادير الآتية :

(١) طول القاعدة ٤,٥ من السنتيمترات ومقدار زاوية الرأس ٣٠°

(٢) » » ٥,٤ » » » » » » ٤٠°

(٣) » » ٥,٩ » » » » » » ٦٠°

(٤) » » ٦,٤ » » » » » » ٧٠°

(٥) » » ٧,٦ » » » » » » ٩٠°

(٦) » » ٧,٧ » » » » » » ١٠٠°

(٧) » » ٨,٩ » » » » » » ١١٠°

(٨) » » ٢ بوصة » » » » » ١٢٠°

(٩) » » ٢,٥ من البوصات » » » » ١٣٠°

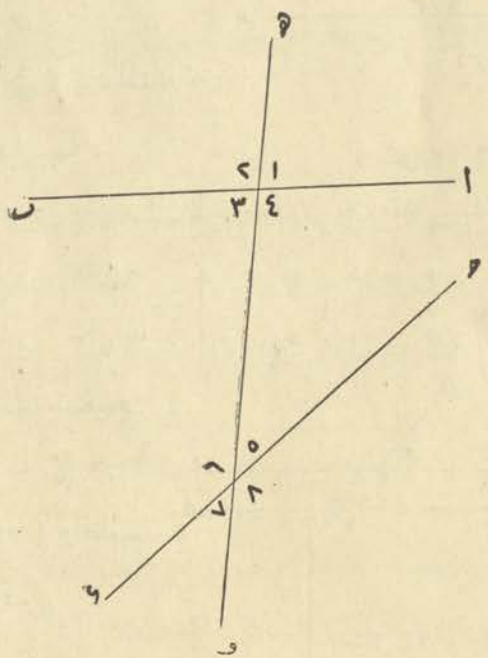
(١٠) » » ٣ بوصات » » » » ١٤٠°

المستقيمات المتوازية

المستقيمان المتوازيان هما اللذان يكونان فى مستو واحد ولا يتلاقيان مهما امتدا مثل ا ب ، حـ ء (شكل ٧١)

(شكل ٧١)

اذا قطع المستقيم هـ و المستقيمين ا ب ، حـ ء (شكل ٧٢) حدث من هذا التقاطع ثمانى زوايا



(شكل ٧٢)

ويقال للزاويتين ١ ، ٥ انهما متناظرتان

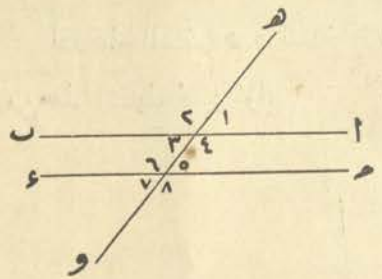
» » ٤ ، ٨ » »

» » ٢ ، ٦ » »

» » ٣ ، ٧ » »

تمارين (٢٥)

(١) ارسم مستقيمين متوازيين ا ب ، ح ء (شكل ٧٣) واقطعهما بثالث هـ و وقس



(شكل ٧٣)

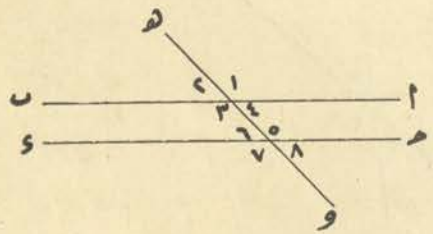
أولاً – زاويتى ١ ، ٥ المتناظرتين وقارن بين مقداريهما

ثانياً – زاويتى ٤ ، ٨ المتناظرتين وقارن بين مقداريهما

ثالثاً – » ٢ ، ٦ » » » »

رابعاً – » ٣ ، ٧ » » » »

(٢) ارسم مستقيمين متوازيين ا ب ، ح ء (شكل ٧٤) واقطعهما بثالث هـ و وقس



(شكل ٧٤)

أولاً – زاويتى ١ ، ٥ المتناظرتين وقارن بين مقداريهما

ثانياً – » ٤ ، ٨ » » » »

ثالثاً – » ٢ ، ٦ » » » »

رابعاً – » ٣ ، ٧ » » » »

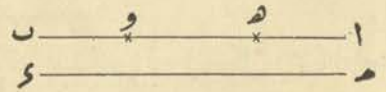
ملاحظة – يستنتج من ذلك

انه اذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين كان كل زاويتين متناظرتين متساويتين

بيان ان البعد بين مستقيمين متوازيين ثابت

تمارين (٢٦)

(١) ارسم مستقيمين متوازيين ا ب ، ح ء (شكل ٧٥) وافرض على المستقيم ا ب نقطتى هـ ، و وأنزل من كل منهما عموداً على ح ء ثم قس طول هذين العمودين وقارن بين مقداريهما



(شكل ٧٥)

تنبيه – يلاحظ أن المستقيم العمودى على أحد المتوازيين يكون عمودياً على الموازى الآخر كما تبين ذلك فى صفحة (٣٧)

(٢) ارسم مستقيمين متوازيين ا ب ، ح ء وافرض على المستقيم ا ب ثلاث نقط وأنزل من هذه النقط أعمدة على المستقيم ح ء ثم قس هذه الأعمدة وبيّن ان كانت متساوية أم لا

(٣) ارسم مستقيمين متوازيين ا ب ، ح ء وافرض أربع نقط على المستقيم ح ء وأقم من هذه النقط أعمدة على المستقيم ا ب ثم قس هذه الأعمدة وبيّن ان كانت متساوية أم لا

(٤) ارسم مستقيمين متوازيين ا ب ، ح ء طول كل منهما ١٢,٥ من السنتيمترات وافرض على المستقيم ح ء ست نقط وأقم من هذه النقط أعمدة على المستقيم ا ب ثم قس هذه الأعمدة وبين ان كانت متساوية أم لا

ملاحظة – يستنتج من التمارين الأربعة المتقدمة الخاصة الآتية :

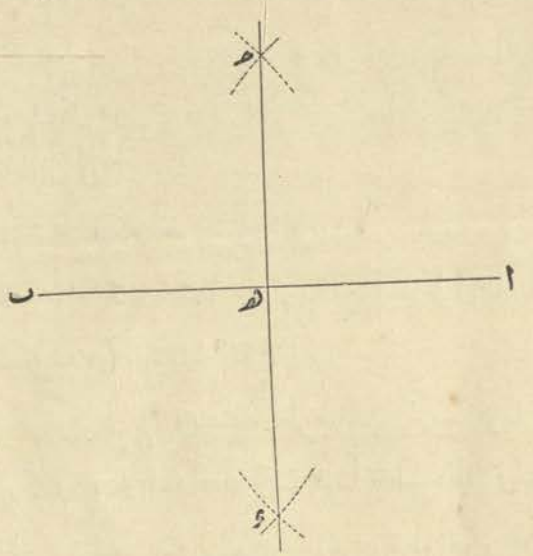
البعد بين مستقيمين متوازيين ثابت

تنصيف المستقيمات بواسطة الفرجار

المطلوب تنصيف المستقيم ا ب (شكل ٧٦) بواسطة الفرجار

العمل – نركز الفرجار فى ا وبنصف قطر اكبر من نصف هذا المستقيم نرسم قوسين احداهما فوق الخط والأخرى أسفله ثم نركز الفرجار فى ب وبنفس الفتحة الأولى نرسم قوسين احداهما فوق الخط والأخرى

أسفله فتتقاطع القوسان اللتان فوق الخط فى نقطة ح واللتان أسفله فى نقطة ء والمستقيم ح ء الواصل بينهما يكون منصفاً للمستقيم ا ب فى نقطة هـ

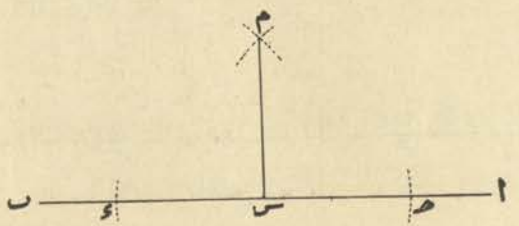


(شكل ٧٦)

تنبيه – يلاحظ أن المنصّف عمودى على المستقيم ا ب

ويوجد جملة طرق لرسم عمود على خط مستقيم معلوم من نقطة مفروضة عليه أو خارجة عنه وهى :

أولاً – المطلوب اقامة عمود على مستقيم معلوم من نقطة مفروضة عليه



(شكل ٧٧)

نفرض أن ا ب (شكل ٧٧) هو المستقيم المعلوم ، س النقطة المفروضة عليه

العمل – نركز فى س وبنصف قطر مناسب نرسم قوسين تقطعان ا ب فى نقطتى حـ ، ء

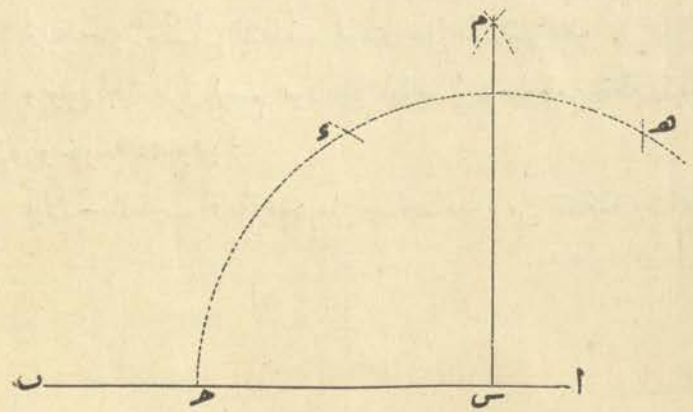
ثم نركز فى كل من حـ ، ء وبنصف قطر أكبر من حـ س نرسم قوسين تتقاطعان فى م

ثم نصل م س فيكون هو العمود المطلوب

ملاحظة – اذا كانت نقطة س قريبة من أحد طرفى المستقيم المعلوم كما فى (شكل ٧٨) نتبع الطريقة الآتية :

العمل – نركز فى س وبنصف قطر مناسب نرسم قوسا تقطع ا ب فى حـ ثم نركز فى حـ وبالبعد عينه نرسم قوساً تقطع الأولى فى ء

ونركز فى ء وبالبعد عينه نرسم قوساً أخرى تقطع القوس الأولى فى هـ

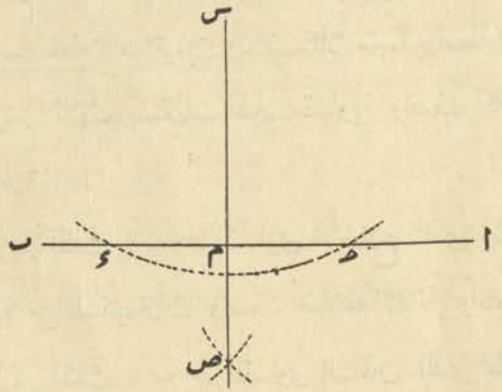


(شكل ٧٨)

ثم نركز فى كل من هـ ، ء وبنصف قطر أكبر من نصف وتر القوس هـ ء نرسم قوسين تتقاطعان فى م

ونصل م س فيكون هو العمود المطلوب

ثانياً – المطلوب انزال عمود على مستقيم معلوم من نقطة خارجة عنه



(شكل ٧٩)

نفرض أن س النقطة المطلوب انزال العمود منها على المستقيم ا ب (شكل ٧٩)

العمل – نركز فى س وبنصف قطر مناسب نرسم قوساً تقطع ا ب فى نقطتى حـ ، ء

ثم نركز فى كل منهما وبنصف قطر أكبر من نصف البعد حـ ء نرسم قوساً أسفل المستقيم ا ب فتتقاطع القوسان فى ص

ونصل س ص فيقطع ا ب فى م

ويكون س م هو العمود المطلوب

تمـارين (٢٧)

(١) ارسم خطًّا مستقيماً ونصّفه بواسطة الفرجار

(٢) ارسم خطين مستقيمين ونصف كلاً منهما بواسطة الفرجار

(٣) ارسم ثلاث مستقيمات غير متساوية ونصف كلاً منهـا بواسطة الفرجار

(٤) ارسم المثلث ا ب حـ المتساوى الأضلاع الذى طول قاعدته ب حـ = ٦,٥ من السنتيمترات ونصف أضلاعه الثلاثة بواسطة الفرجار

(٥) ارسم المثلث ا ب حـ المتساوى الساقين الذى طول قاعدته ب حـ = ٥,٥ من السنتيمترات وزاوية رأسه ا = ٦٦° ثم نصف كلاً من أضلاعه الثلاثة بواسطة الفرجار

(٦) ارسم المثلث ا ب حـ الذى أطوال أضلاعه الثلاثة ٥ و ٦ و ٧ من السنتيمترات ونصف كلاً من أضلاعه الثلاثة بواسطة الفرجار

(٧) ارسم المثلث ا ب حـ الذى أطوال أضلاعه الثلاثة ٧ و ٧,٥ و ٨ من السنتيمترات ونصف كلاً من أضلاعه الثلاثة بواسطة الفرجار

(٨) ارسم المستقيم ا ب بحيث يكون طوله ٦ سنتيمترات ومن

نقطة ب أقم العمود ب حـ بحيث يكون طوله ٤ سنتيمترات ثم صل نقطتى حـ و ا بالمستقيم حـ ا وأنزل من نقطة ب عموداً على ا حـ

ملاحظة — يجب رسم الأعمدة فى هذا التمرين وما يليه من التمارين باستعمال الفرجار والمسطرة فقط

(٩) ارسم المستقيم ا ب بحيث يكون طوله ٤ بوصات وافرض عليه نقطتى حـ و ء على بُعد ١ ½ من البوصات من كل من نهايتيه ثم أقم من كل منهما عموداً و بين سبب توازى هذين العمودين

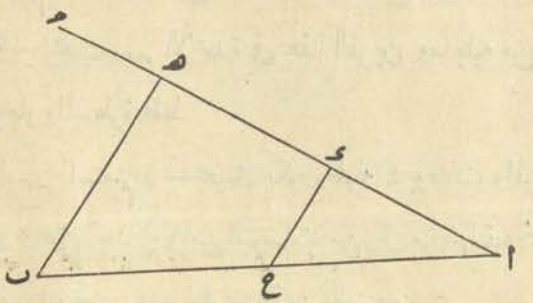
(١٠) ارسم المستقيم ا ب بحيث يكون طوله ٦ سنتيمترات وأقم من كل من نهايتيه العمودين ا حـ و ب ء طول كل منهما ٦ سنتيمترات ثم صل نقطتى ء و حـ بالمستقيم ء حـ وبين سبب توازى المستقيم حـ ء والمستقيم ا ب

(١١) ارسم المستقيم ا ب بحيث يكون طوله ٤ ½ من البوصات ثم عيّن نقطة حـ (بواسطة الفرجار) بحيث تكون متباعدة عن كل من النقطتين ا و ب بمقدار ٣ ½ من البوصات ثم أنزل من حـ العمود حـ م على ا ب وقسه

(١٢) ارسم زوايا مقاديرها على التوالى ٩٠° و ٤٥° و ٢٢ ½°

باستعمال المسطرة والفرجار فقط

تنصيف المستقيمات بواسطة المستقيمات المتوازية



(شكل ٨٠)

نفرض ان المستقيم ا ب (شكل ٨٠) هو المستقيم المطلوب تنصيفه

العمل – نرسم من ا مستقيماً مثل ا حـ غير محدود يصنع مع ا ب زاوية ما

ثم نأخذ على ا حـ بعدَى ا ى ، ى د هـ متساويين ونصل هـ ب ونرسم من ى المستقيم ى ح يوازى هـ ب ويقطع ا ب فى ح

فتكون النقطة ح هى منتصف المستقيم ا ب

تمارين (٢٨)

(١) ارسم خطًّا مستقيماً ونصفه بواسطة المستقيمات المتوازية

(٢) ارسم خطين مستقيمين ونصف كلاً منهما بطريقة المستقيمات المتوازية

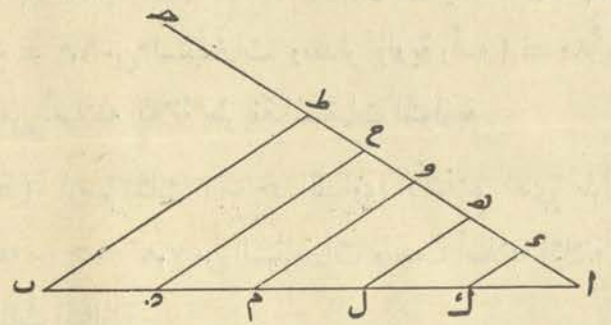
(٣) ارسم ثلاثة مستقيمات غير متساوية ونصف كلاً منها بطريقة المستقيمات المتوازية

(٤) ارسم المثلث ا ب حـ المتساوى الساقين الذى طول قاعدته حـ ب = ٦٫٩ من السنتيمترات ومقدار زاوية رأسه ا = ٨٠° ونصف كلاً من أضلاعه الثلاثة بطريقة المستقيمات المتوازية

(٥) ارسم المثلث ا ب حـ المتساوى الأضلاع الذى طول أحد أضلاعه ب حـ = ٧٫٨ من السنتيمترات ونصف أضلاعه الثلاثة بطريقة المستقيمات المتوازية

(٦) ارسم المثلث ا ب حـ الذى أطوال أضلاعه هى ٥ ، ٦ ، ٧ من السنتيمترات ونصف كلاً من أضلاعه الثلاثة بطريقة المستقيمات المتوازية

تقسيم مستقيم الى جملة أجزاء متساوية
بواسطة المستقيمات المتوازية



(شكل ٨١)

نفرض أن ا ب (شكل ٨١) المستقيم المعلوم والمطلوب تقسيمه الى خمسة أقسام متساوية

العمل – نرسم من ا مستقيماً مثل ا حـ غير محدود يصنع مع ا ب زاوية ما

ثم نأخذ على ا حـ خمسة أبعاد متساوية ولتكن ا ى ، ى هـ ، هـ و ، و ح ، ح ط

ونصل ط ب ونرسم من كل من ى ، هـ ، و ، ح مستقيمات توازى ط ب وتقابل ا ب فى ك ، ل ، م ، د التى بها ينقسم المستقيم ا ب الى خمسة أقسام متساوية

تمارين (٢٩)

(١) المطلوب تقسيم مستقيم طوله ٥,٤ من السنتيمترات الى ثلاثة أقسام متساوية بطريقة المستقيمات المتوازية

(٢) المطلوب تقسيم مستقيم طوله ٥,٥ من السنتيمترات الى أربعة أقسام متساوية بطريقة المستقيمات المتوازية

(٣) المطلوب تقسيم مستقيم طوله ٥,٩ من السنتيمترات الى أربعة أقسام متساوية بطريقة المستقيمات المتوازية

(٤) المطلوب تقسيم مستقيم طوله ٦,٨ من السنتيمترات الى خمسة أقسام متساوية بطريقة المستقيمات المتوازية

(٥) المطلوب تقسيم مستقيم طوله ٤,٥ من البوصات الى خمسة أقسام متساوية بطريقة المستقيمات المتوازية

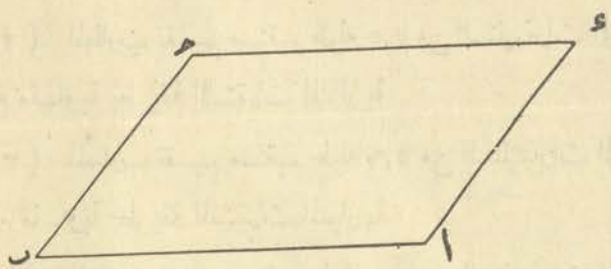
(٦) المطلوب تقسيم مستقيم طوله ٥ بوصات الى ثمانية أقسام متساوية بطريقة المستقيمات المتوازية

(٧) ارسم المثلث ا ب حـ المتساوى الأضلاع الذى طول قاعدته ب حـ = ١١,٥ من السنتيمترات واقسم كلاً من أضلاعه الثلاثة الى تسعة أقسام متساوية

(٨) ارسم المثلث ا ب حـ المتساوى الساقين الذى طول قاعدته ب حـ = ٤ بوصات وزاوية رأسه ا = ٥٠° واقسم كلاً من أضلاعه الثلاثة الى أربعة أقسام متساوية

المتوازى الأضلاع

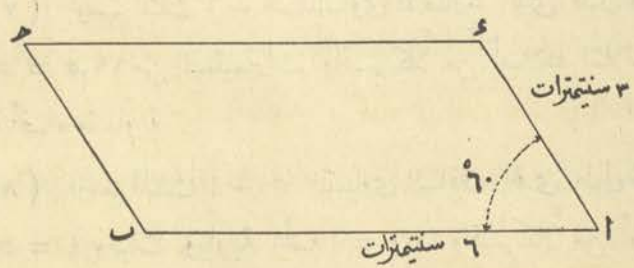
متوازى الأضلاع هو شكل رباعى أضلاعه المتقابلة متوازية مثل ا ب حـ ء (شكل ٨٢)



(شكل ٨٢)

رسم متوازى الأضلاع المعلوم منه طول ضلعين متجاورين والزاوية المحصورة بينهما

المطلوب رسم متوازى الأضلاع ا ب حـ ء الذى فيه ا ب = ٦ سنتيمترات والضلع ا ء = ٣ سنتيمترات والزاوية ا المحصورة بين الضلعين المذكورين = ٦٠°



(شكل ٨٣)

العمل – نرسم زاوية مقدراها ٦٠° كما فى (شكل ٨٣) ونأخذ على أحد ضلعيها البعد ا ب = ٦ سنتيمترات وعلى الضلع الثانى البعد ا ء = ٣ سنتيمترات

ثم نرسم من ء مستقيماً موازياً ا ب ونرسم من ب مستقيماً موازياً ا ء فيتقاطع هذان المستقيمان فى حـ ويكون ا ب حـ ء متوازى الأضلاع المطلوب

تمارين (٣٠)

(١) ارسم متوازى الأضلاع ا ب حـ ء الذى فيه الضلع ا ب = ٦٫٣ من السنتيمترات والضلع ا ء = ٤٫٢ من السنتيمترات ∠ ء ا ب المحصورة بينهما ٣٤° ثم قس الضلعين الآخرين والزوايا الأخرى وقارن بين مقدار كل ضلعين متقابلين وكذا بين مقدار كل زاويتين متقابلتين

(٢) ارسم متوازى الأضلاع ا ب حـ ء الذى فيه الضلع ا ب ٦٫٧ من السنتيمترات والضلع ب حـ = ٤٫٦ من السنتيمترات والزاوية المحصورة بينهما ا ب حـ = ١١٦° ثم قس الضلعين الآخرين والزوايا الأخرى وقارن بين مقدار كل ضلعين متقابلين وكذا بين مقدار كل زاويتين متقابلتين

(٣) ارسم متوازى الأضلاع ا ب حـ ء الذى فيه الضلع

ء حـ = ٥٫٩ من السنتيمترات والضلع حـ ب = ٣٫٤ من السنتيمترات والزاوية ء حـ ب المحصورة بينهما = ١٣٠° ثم قس الضلعين الآخرين والزوايا الأخرى وقارن بين مقدار كل ضلعين متقابلين وكذا بين مقدار كل زاويتين متقابلتين

(٤) ارسم متوازى الأضلاع ا ب حـ ء الذى فيه الضلع ء حـ = ٦٫٥ من السنتيمترات والضلع ء ا = ٤٫٥ من السنتيمترات ∠ حـ ء ا = ١٤٥° وقس الضلعين الآخرين والزوايا الأخرى وقارن بين مقدار كل ضلعين متقابلين وكذا بين مقدار كل زاويتين متقابلتين

ملاحظة – يستنتج من التمارين المتقدمة الخاصة الآتية

فى المتوازى الأضلاع كل ضلعين متقابلين متساويان وكل زاويتين متقابلتين متساويتان

تمارين (٣١)

المطلوب رسم المتوازيات الأضلاع (ا ب حـ ء) بالمقادير الآتية وقياس الأجزاء الباقية من كل منها

(١) ا ب = ٥٫٩ من السنتيمترات ∠ ب حـ = ٣٫٥ من السنتيمترات ∠ ا ب حـ = ١١٠°

(٢) ا ء = ١٫٥ من البوصات ∠ ء حـ = ٢٫٥ من البوصات ∠ ا ء حـ = ١٢٥°

(٣) ء حـ = ٢ بوصة ∠ حـ ب = ١٫٥ من البوصات ∠ ء حـ ب = ٣٠°

(٤) حـ ب = ٤٫٥ من السنتيمترات ∠ ا ب = ٦٫٤ من السنتيمترات ∠ حـ ب ا = ١٤٥°

(٥) ا ب = ٣٫٩ من السنتيمترات ∠ ا ء = ٥٫٨ من السنتيمترات ∠ ب ا ء = ٧٥°

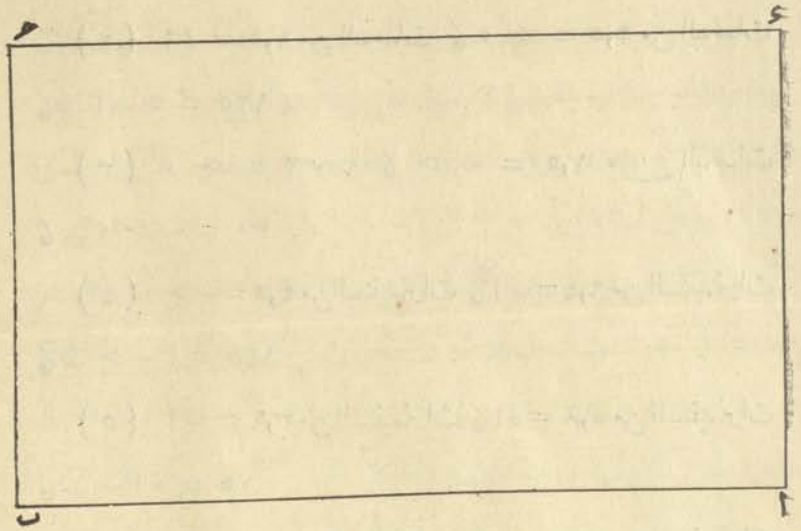
(٦) ا ء = ٦٫٧ من السنتيمترات ∠ ا ب = ٤٫٨ من السنتيمترات ∠ ء ا ب = ٧٧°

(٧) حـ ء = ٧٫٨ من السنتيمترات ∠ ا ء = ٤٫٦ من السنتيمترات ∠ حـ ء ا = ٢٥°

(٨) حـ ب = ٣ بوصات ∠ حـ ء = ١٫٥ من البوصات ∠ ب حـ ء = ١٠٠°

رسم مستطيل معلوم منه ضلعان متجاوران

المطلوب رسم المستطيل ا ب حـ ء الذى فيه طول الضلع ا ب = ١٠ سنتيمترات والضلع ا ء = ٦ سنتيمترات

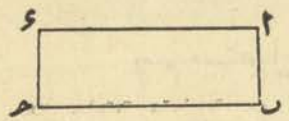


(شكل ٨٤)

العمل – نرسم المستقيم ا ب (شكل ٨٤) بحيث يكون طوله ١٠ سنتيمترات ونقيم من ا عموداً على ا ب بحيث يكون طوله ٦ سنتيمترات وليكن ا ء ثم نرسم من ء مستقيماً موازياً ا ب ونرسم من ب مستقيماً موازياً ا ء فيتقاطع هذان المستقيمان فى حـ ويكون ا ب حـ ء المستطيل المطلوب

تمارين (٣٢)

المطلوب رسم المستطيلات ا ب حـ ء (شكل ٨٥) بالمقادير الآتية



(شكل ٨٥)

(١) ا ء = ٣,٢ من السنتيمترات و ا ب = ٥,٣ من السنتيمترات

(٢) ا ب = ٤,٢ من السنتيمترات و ب حـ = ٦,٥ من السنتيمترات

(٣) ب حـ = ٧,٣ من السنتيمترات و حـ ء = ٤,٢ من السنتيمترات

(٤) ء حـ = ٣ بوصات و ء ا = $١\frac{١}{٢}$ من البوصات

(٥) ء ا = $٢\frac{١}{٢}$ من البوصات و ا ب = $١\frac{١}{٢}$ من البوصات

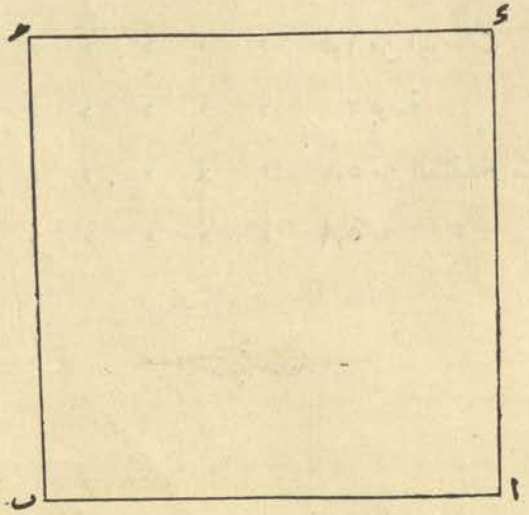
(٦) ا ب = $٣\frac{١}{٢}$ من البوصات و ب حـ = ٢ بوصة

(٧) ب حـ = ٦,٧ من السنتيمترات و حـ ء = ٤ سنتيمترات

(٨) حـ ء = $١\frac{١}{٢}$ من البوصات و ء ا = $٣\frac{١}{٢}$ من البوصات

رسم مربع معلوم طول أحد أضلاعه

المطلوب رسم المربع ا ب حـ ء الذى طول قاعدته ا ب = ٦ سنتيمترات



(شكل ٨٦)

العمل – نرسم المستقيم ا ب (شكل ٨٦) بحيث يكون طوله ٦ سنتيمترات ونقيم من ا عموداً على ا ب بحيث يكون طوله ٦ سنتيمترات وليكن ا ء ونرسم من ب مستقيماً موازياً ا ء وكذلك نرسم من ء مستقيماً موازياً ا ب فيتقاطع هذان المستقيمان فى حـ ويكون ا ب حـ ء المربع المطلوب

تمارين (٣٣)

(١) ارسم مربعاً طول أحد أضلاعه ١٫٥ من السنتيمترات

(٢) « « « « « « ١ بوصة

(٣) « « « « « « ١٫٥ من البوصات

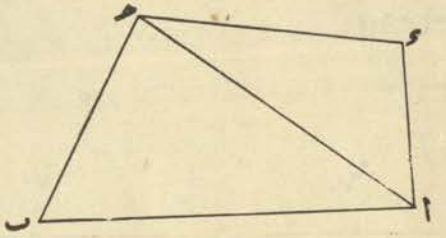
(٤) « « « « « « ٢ بوصة

(٥) « « « « « « ٥٫١ من السنتيمترات

(٦) « « « « « « ٥٫٩ « «

الأشكال الرباعية

الشكل الرباعى شكل مستوٍ محدود بأربعة مستقيمات مثل ا ب حـ ء (شكل ٨٧)



(شكل ٨٧)

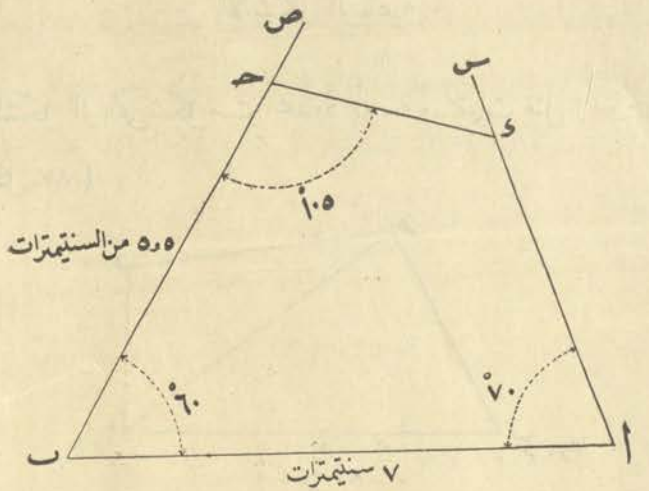
والمستقيم الواصل بين رأسى زاويتين متقابلتين منه يسمى قطراً له مثل ا حـ

رسم شكل رباعى معلوم منه ثلاث زوايا وضلعا الزاوية الوسطى

المطلوب رسم الشكل الرباعى ا ب حـ ء

الذى فيه ∠ ا = ٧٠° ، ∠ ب = ٦٠° ، ∠ حـ = ١٠٥° والضلع ا ب = ٧ سنتيمترات والضلع ب حـ = ٥٫٥ من السنتيمترات

العمل – نرسم المستقيم ا ب (شكل ٨٨) بحيث يكون طوله ٧ سنتيمترات



(شكل ٨٨)

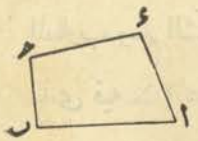
ثم نرسم ∠ ا ب ص = ٦٠° ونأخذ على ب ص البعد ب ح = ٥٫٥ من السنتيمترات

ونرسم ∠ ب ا س = ٧٠°

ثم نرسم ∠ ب ح ء = ١٠٥° فالمستقيم ح ء يتقاطع مع المستقيم ا س فى نقطة ء ويكون ا ب ح ء هو الشكل الرباعى المطلوب

تمارين (٣٤)

المطلوب رسم الأشكال الرباعية (ا ب ح ء) (شكل ٨٩) بالمقادير الآتية



(شكل ٨٩)

(١) ∠ ا = ٦٥° ، ∠ ب = ٧٥°

، ∠ ح = ١١٠° ، ا ب = ٦٫١ من السنتيمترات ، ب ح = ٥٫٢ من السنتيمترات

(٢) ∠ ا = ٨٠° ، ∠ ب = ٧٠° ، ∠ ح = ١٠٨° ، ا ب = ٧٫٢ من السنتيمترات ، ب ح = ٥ سنتيمترات

(٣) ∠ ب = ٥٥° ، ∠ ح = ١٠٤° ، ∠ ء = ٦٠° ، ب ح = ٦ سنتيمترات ، ح ء = ٧٫٥ من السنتيمترات

(٤) ∠ ح = ٦٠° ، ∠ ء = ٧٢° ، ∠ ا = ١٣١° ، ا ء = ٤ سنتيمترات ، ء ح = ٦٫٥ من السنتيمترات

(٥) ∠ ا = ٧٧° ، ∠ ء = ١٣٠° ، ∠ ح = ٦٧° ، ا ء = ٧ سنتيمترات ، ء ح = ٥٫٥ من السنتيمترات

(٦) ∠ ب = ٧٦° ، ∠ ح = ١١٠° ، ∠ ء = ٤٤° ، ب ح = ٢ بوصة ، ح ء = ٤ ½ من البوصات

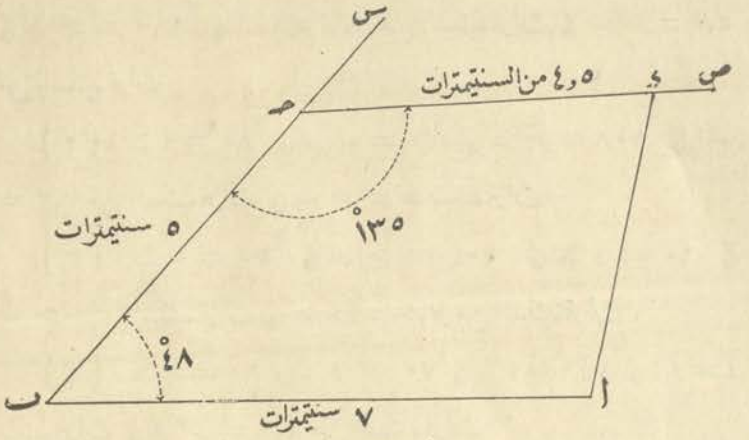
(٧) ∠ ح = ∠ ء = ٩٠° ، ∠ ا = ١٢٠° ، ا ء = ٢ بوصة ، ء ح = ٢ ½ من البوصات

رسم شكل رباعى معلوم منه ثلاثة أضلاع والزاويتان المحصورتان بينها

المطلوب رسم الشكل الرباعى ا ب ح ء المعلوم منه

∠ ب = ٤٨° ، ∠ ح = ١٣٥° ، ا ب = ٧ سنتيمترات

، ب ح = ٥ سنتيمترات ، ح ء = ٤٫٥ من السنتيمترات



(شكل ٩٠)

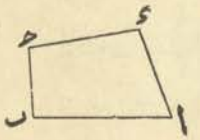
العمل – نرسم المستقيم ا ب (شكل ٩٠) بحيث يكون طوله ٧ سنتيمترات ونرسم ∠ ا ب س = ٤٨° ونأخذ على المستقيم ب س البعد ب حـ = ٥ سنتيمترات

ونرسم ∠ ب حـ ص = ١٣٥° ونأخذ على المستقيم حـ ص البعد حـ ء = ٤٫٥ من السنتيمترات ثم نصل ء ا

فيكون ا ب حـ ء الشكل الرباعى المطلوب

تمارين (٣٥)

المطلوب رسم أشكال رباعية (ا ب حـ ء) (شكل ٩١) بالمقادير الآتية



(شكل ٩١)

(١) ∠ ا = ٦٦° ، ∠ ء = ٩٢° ، ا ب = ٦٫٥ من السنتيمترات ، ا ء = ٥٫٩ من السنتيمترات

ء حـ = ٥٫٣ من السنتيمترات

(٢) ∠ ب = ١٠٢° ، ∠ حـ = ١٠٠° ، ا ب = ٥٫٥ من السنتيمترات ، ب حـ = ٣٫٥ من السنتيمترات ، حـ ء = ٧ سنتيمترات

(٣) ∠ ء = ٩٧° ، ∠ حـ = ٩٣° ، ا ء = ٦ سنتيمترات ، ء حـ = ٦٫٨ من السنتيمترات ، حـ ب = ٤ سنتيمترات

(٤) ∠ ا = ٦٠° ، ∠ ب = ١٠٨° ، ا ب = ٣٫٥ من البوصات ، ب حـ = ٢٫٥ من البوصات ، ا ء = ٢ بوصة

(٥) ∠ ء = ١١٥° ، ∠ حـ = ٥٦° ، ا ء = ٢٫٥ من البوصات ، ء حـ = ٢ بوصة ، حـ ب = ١٫٥ من البوصات

(٦) ∠ ا = ٤٠° ، ∠ ب = ١٤٩° ، ا ء = ٣ بوصات ، ا ب = $2\frac{1}{2}$ من البوصات ، ب حـ = ٢ بوصة

(٧) ∠ ء = ١٠٥° ، ∠ ا = ٥٠° ، حـ ء = $2\frac{1}{2}$ من البوصات ، ء ا = ٤ بوصات ، ا ب = ٢ بوصة

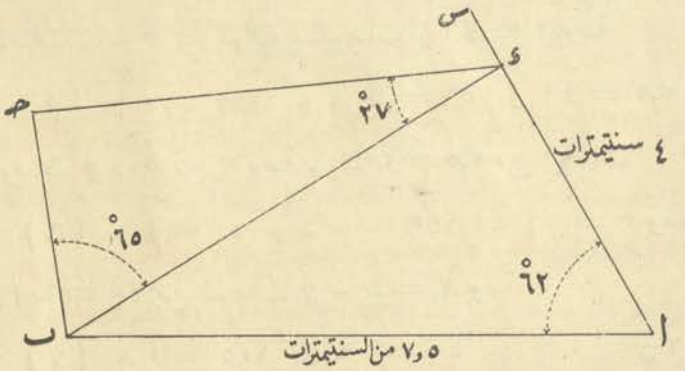
(٨) ∠ ء = ٨٧° ، ∠ حـ = ٦٧° ، ا ء = ٤٫٨ من السنتيمترات ، ء حـ = ٨٫٥ من السنتيمترات ، حـ ب = ٧٫٥ من السنتيمترات

رسم الشكل الرباعى ا ب حـ ء اذا علم منه مقدار كل
من الزوايا ب ا ء ، ا ب حـ ، ب حـ ء وطول كل
من الضلعين ا ب ، ا ء

المطلوب رسم الشكل الرباعى ا ب حـ ء المعلوم منه

∠ ء ا ب = ٦٢° ، ∠ ا ب حـ = ٦٥° ، ∠ ب حـ ء = ٢٧°

ا ب = ٧٫٥ من السنتيمترات ، ا ء = ٤ سنتيمترات



(شكل ٩٢)

العمل – نرسم المستقيم ا ب (شكل ٩٢) بحيث يكون طوله ٧٫٥ من السنتيمترات

ونرسم ∠ س ا ب = ٦٢° ونأخذ على المستقيم ا س البعد ا ء = ٤ سنتيمترات ثم نصل ء ب

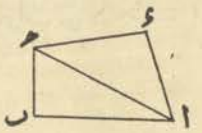
ثم نرسم من ء مستقيماً يصنع مع ء ب زاوية مقدارها ٢٧°

ونرسم من ب مستقيماً يصنع مع ب ء زاوية مقدارها ٦٥°

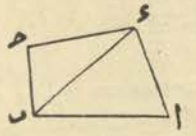
فضلعا هاتين الزاويتين يتلاقيان فى حـ

فيكون ا ب حـ ء الشكل الرباعى المطلوب

تمارين (٣٦)



(شكل ٩٣)



(شكل ٩٤)

المطلوب رسم أشكال رباعية (ا ب حـ ء) شكلى (٩٣ و ٩٤) بالمقادير الآتية

(١) ا ب = ٢٫٥ من البوصات ، ب حـ = ٢ بوصة ، ∠ ء ا حـ = ٩٠°
∠ ء حـ ا = ٤٥° ، ∠ ب = ٩٥°

(٢) ء ا = ٤ سنتيمترات ، ا ب = ٥ سنتيمترات ، ∠ ا = ٩٥°
∠ حـ ء ب = ٣٠° ، ∠ ب حـ ء = ٥٠°

(٣) ا ب = ٢ ١/٢ من البوصات ، ب حـ = ٣ ١/٢ من البوصات
∠ ب = ٨٩° ، ∠ ء ا حـ = ٣٠° ، ∠ ء حـ ا = ٤٠°

(٤) ء حـ = ٥ سنتيمترات ، ∠ حـ ب = ٣ ١/٢ من السنتيمترات
∠ حـ = ١٢٠° ، ∠ ب ء ا = ١٠٠° ، ∠ ا ب ء = ٣٠°

(٥) ا ء = ٢٫٥ من البوصات ، ء حـ = ٣ بوصات
∠ ء = ١٣٠° ، ∠ ب ا حـ = ٦٠° ، ∠ ب حـ ا = ٢٥°

(٦) ء حـ = ٧,٥ من السنتيمترات ق حـ ب = ٦,٥ من السنتيمترات
ق ا حـ = ٦٥° ق ا ء ب = ٣٧° ق ا ب ء = ٤٠°

(٧) ء ا = ٣ بوصات ق ا ب = ٢ بوصة ق ا = ١٢٠°
ق حـ ء ب = ٥٠° ق حـ ب ء = ٧٠°

(٨) ب حـ = حـ ء = ٥,٥ من السنتيمترات ق حـ = ١٤٠°
ق ب ا ء = ق ا ب ء = ٦٠°

بيان مجموع الزوايا الداخلة لأى شكل رباعى محدود

تمارين (٣٧)

(١) ارسم الشكل الرباعى ا ب حـ ء المعلوم منه
ء ا = ا ب = ب حـ = ٥ سنتيمترات ق ا = ٨٥°
ق ب = ١٠٠°

ثم قس زاويتى ء ق حـ وأوجد مجموع درجات زواياه الأربع

(٢) ارسم الشكل الرباعى ا ب حـ ء المعلوم منه
ق ء = ١١٢° ق حـ = ٥٨° ق ا ء = ٢,٥ من البوصات
ق ء حـ = ٢ بوصة ق حـ ب = ١,٥ من البوصات

ثم قس زاويتى ا ق ب وأوجد مجموع درجات زواياه الأربع

(٣) ارسم الشكل الرباعى ا ب حـ ء المعلوم منه

ء حـ = ٥,٢ من السنتيمترات ق حـ ب = ٣,٥ من السنتيمترات
ق ا حـ = ١٠٠° ق ا ء ب = ٧٠° ق ا ب ء = ٨٠°

ثم قس الزوايا ء ق ا ق ب وأوجد مجموع درجات زواياه الأربع

(٤) ارسم الشكل الرباعى ا ب حـ ء المعلوم منه
ء ا = ٣ بوصات ق ا ب = ٢,٥ من البوصات ق ا = ٨٠°
ق حـ ء ب = ق حـ ب ء = ٥٠°

ثم قس الزوايا ء ق حـ ق ب وأوجد مجموع درجات زواياه الأربع

يستنتج من ذلك الخاصة الآتية

مجموع درجات الزوايا الداخلة لأى شكل رباعى محدود = ٣٦٠°

تمارين (٣٨)

(١) فى الشكل الرباعى ا ب حـ ء ق ا = ٧٠° ق ب = ٨٠°
ق حـ = ١١٠° ما مقدار زاوية ء

(٢) فى الشكل الرباعى ا ب حـ ء ق ا = ٩٠° ق ب = ٦٠°
ق ء = ١٣٠° ما مقدار الزاوية حـ

(٣) فى الشكل الرباعى ا ب حـ ء ق حـ = ٣٠° ق ء = ١٤٠°
ق ب = ١٥٠° ما مقدار زاوية ا

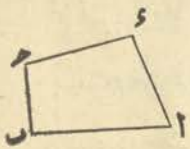
(٤) فى الشكل الرباعى ا ب حـ ء ق ا = ق ب = ١٠٥°
ق حـ = ١٠٠° ما مقدار زاوية ء

(٥) فى الشكل الرباعى ا ب حـ ء ∠ا = ∠ب = ∠حـ
ق∠ء = ٦٠° ما مقدار كل من الزوايا ا ، ب ، حـ

(٦) فى الشكل الرباعى ا ب حـ ء ∠ا = ∠حـ = ∠ء
ق∠ب = ٩٧° ما مقدار كل من الزوايا ا ، حـ ، ء

تمارين (٣٩) متنوعة على رسم الأشكال الرباعية

المطلوب رسم الأشكال الرباعية (ا ب حـ ء)
(شكل ٩٥) بالمقادير الآتية


(شكل ٥٩)

(١) ا ب = ٦٫٣ من السنتيمترات ق∠ب = ٨٢° ق∠حـ = ٨٫٢ من السنتيمترات ق∠حـ = ٩٠° ق حـ ء = ٧٫٧ من السنتيمترات

(٢) ا ب = ٣ ½ من البوصات ق ب حـ = ٢ ½ من البوصات ق ا ء = ٢ ½ من البوصات ق∠ا = ٦٨° ق∠ب = ٨٦°

(٣) ∠ب = ١١٦° ق ب حـ = ١ ½ من البوصات ق∠حـ = ٩٩° ق حـ ء = ١ ½ من البوصات ق∠ء = ٩٢°

(٤) ∠ا = ٦٧° ق∠ب = ١١٣° ق∠ء = ٤٦° ق ا ب = ٥٫٣ من السنتيمترات ق ا ء = ٨٫٦ من السنتيمترات

(٥) ∠ب = ١٢٢° ق∠حـ = ١٣٠° ق∠ء = ١٣٠° ق ب حـ = حـ ء = ١ ½ من البوصات واذكر ما تستنتجه من ذلك

(٦) ا ء = ٣ بوصات ق∠ء = ١١٨° ق∠ء ا حـ = ٢٧°
ق∠ب ا حـ = ٣٥° ق ا ب = ٢ ½ من البوصات

(٧) ا حـ = ٥٫٦ من السنتيمترات ق∠ب ا حـ = ٥٨°
ق∠ء ا حـ = ٦٩° ق∠ب حـ ا = ٥٨° ق∠ء حـ ا = ٦٩°

(٨) ا ب = ٢ بوصة ق ب ء = ١ ½ من البوصات ق حـ ء = ٢ بوصة ق∠ا ب ء = ١١٨° ق∠ب ء حـ = ٢٣°

(٩) ا ب = حـ ء = ٥٫٨ من السنتيمترات ق ا ء = ٤٫٧ من السنتيمترات ق∠ا = ٧٢° ق∠ب ء حـ = ٤٦°

(١٠) ا ب = ٦٫٣ من السنتيمترات ق حـ ء = ٥٫٤ من السنتيمترات ق∠ب ا حـ = ٦٤° ق∠ا حـ ء = ٥٩° ق∠ء = ٧٦°

(١١) ا ب = ٥٫٢ من السنتيمترات ق ا حـ = ٦٫٨ من السنتيمترات ق ا ء = ٥٫٦ من السنتيمترات ق∠ب ا حـ = ١٠٦°
ق∠ب ا ء = ١٢٢°

(١٢) ∠ا ب ء = ∠ا ء ب = ٥٠° ق∠حـ = ٦٨°
ق ب حـ = ٢ ½ من البوصات ق حـ ء = ٣ بوصات

(١٣) ا حـ = ١١ سنتيمتراً ق ا ب = ٥٫٩ من السنتيمترات ق ب ء = ٧٫٤ من السنتيمترات ق∠ب ا حـ = ٢٢° ق∠ا ب ء = ٦٨°

(١٤) ا ب = ٢ ½ من البوصات ، ب حـ = ٢ ½ من البوصات
، حـ ء = ٣ ½ من البوصات ، ء ا = ١ ½ من البوصات ، ب ء
= ٣ ½ من البوصات

(١٥) ا ب = حـ ء = ٦٫٤ من السنتيمترات ، ب حـ = ء ا
= ٣٫٧ من السنتيمترات ، ب ء = ٥٫٧ من السنتيمترات

(١٦) ا ب = ا ء = ٢ بوصة ، حـ ب = حـ ء = ٣ بوصات
، ب ء = ٢ ½ من البوصات

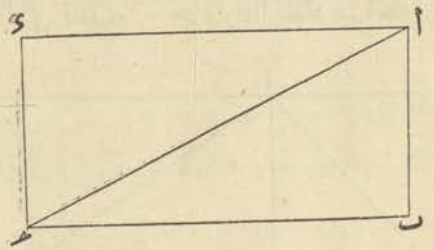
(١٧) ا ب = ٥٫٣ من السنتيمترات ، ب حـ = ٦٫٣ من
السنتيمترات ، حـ ء = ٦٫٧ من السنتيمترات ، ∠ ب = ٧٠°
، ∠ حـ = ٤٨°

(١٨) ا ب = ٢٫٧ من السنتيمترات ، ب حـ = ٧٫٥ من
السنتيمترات ، ا ء = ٨٫٤ من السنتيمترات ، ∠ حـ = ٩٨°
، ∠ ء ب حـ = ٢٨°

(١٩) ب حـ = حـ ء = ٢ ½ من البوصات ، ب ء = ٢ بوصة
، ∠ ا ب ء = ∠ ا ء ب = ٦٧°

(٢٠) ا ب = ٩٫٣ من السنتيمترات ، ب حـ = ء ا = ٦٫٧
من السنتيمترات ، ∠ ا = ١١٠° ، ∠ ب = ٢٨°

مساحة المثلث



(شكل ٩٦)

نفرض أن المطلوب ايجاد مساحة المثلث ا ب حـ (شكل ٩٦) القائم الزاوية فى ب

لذلك نكمل رسم المستطيل ا ب حـ ء فيتكوّن المثلثان ا ب حـ ، ا حـ ء كل منهما يساوى الآخر لأنه اذا قطعنا أحدهما ا ء حـ وطبقناه على ا ب حـ نجد أنهما ينطبقان تماماً وهذا يثبت تساويهما

فاذن تكون مساحة المثلث ا ب حـ = نصف مساحة المستطيل ا ب حـ ء

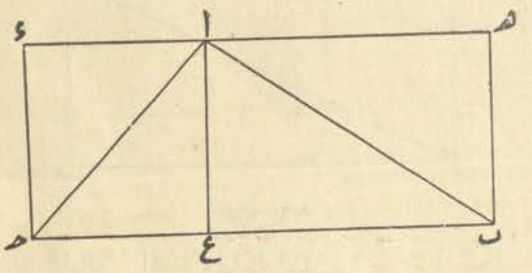
ومن حيث أن مساحة المستطيل ا ب حـ ء = حاصل ضرب ب حـ × ا ب

$$\text{فتكون مساحة المثلث ا ب حـ} = \frac{\text{ب حـ} \times \text{ا ب}}{٢}$$

يستنتج من ذلك أن

مساحة المثلث القائم الزاوية تساوى نصف حاصل ضرب وحدات ضلعى الزاوية القائمة

واذا فرضنا أى مثلث آخر غير القائم الزاوية كالمثلث ا ب ح (شكل ٩٧) الذى قاعدته ب ح وأردنا ايجاد مساحته



(شكل ٩٧)

فنرسم من نقطة ا المستقيم ا ع (ارتفاع المثلث) عموداً على ب ح ونكمل رسم المستطيل ب ح ء هـ الذى قاعدته ب ح وارتفاعه ب هـ

وقد تقدم أن مساحة المثلث القائم الزاوية تساوى نصف حاصل ضرب وحدات ضلعى الزاوية القائمة

فتكون مساحة المثلث ا ب ع = نصف مساحة المستطيل هـ ب ع ا

وأيضاً مساحة المثلث ا ع ح = نصف مساحة المستطيل ع ح ء ا

وبجمع هاتين المتساويتين نجد أن

مساحة المثلث ا ب ح = نصف مساحة المستطيل ب ح ء هـ

ومن حيث أن مساحة المستطيل ب ح ء هـ = ب ح × ب هـ

= ب ح × ا ع

فتكون مساحة المثلث ا ب ح = $\frac{\text{ب ح} \times \text{ا ع}}{٢}$

يستنتج من ذلك أن

مساحة أى مثلث تساوى نصف حاصل ضرب وحدات قاعدته فى وحدات ارتفاعه

ولنطبق ذلك على المثال الآتى

ما مساحة المثلث الذى طول قاعدته ٨ سنتيمترات وطول ارتفاعه ٧ سنتيمترات

العمل – مساحة المثلث = $\frac{٨ \times ٧}{٢}$ من السنتيمترات المربعة

= ٢٨ سنتيمتراً مربعاً

تمارين (٤٠)

أوجد مساحة كل من المثلثات الآتية اذا كان

(١) طول القاعدة = ١٠ سنتيمترات وطول الارتفاع = ١٢ سنتيمتراً

(٢) » » = $١٢\frac{١}{٢}$ من السنتيمترات وطول الارتفاع = ٦,٤ من السنتيمترات

(٣) طول القاعدة = ١١,٩ من السنتيمترات وطول الارتفاع = ٧,٨ من السنتيمترات

(٤) طول القاعدة = ١٦٠ متراً وطول الارتفاع = ١٥ متراً

(٥) » » = ٢٤ » » » = ١٦ »

(٦) » » = ١٣٧ » » » = ٨٧ »

(٧) » » = ١٤٩ ذراعاً معمارياً وطول الارتفاع = ٩٢ ذراعاً معمارياً

(٨) طول القاعدة = $\frac{١}{٢}$ ميل انجليزى وطول الارتفاع = ٢٠٠ ياردة

(٩) » » = $\frac{١}{٤}$ » » » » » = $\frac{١}{٢}$ ميل انجليزى

(١٠) طول القاعدة = $\frac{١}{٢}$ كيلومتر وطول الارتفاع = $\frac{١}{٤}$ كيلومتر

(١١) » » = ٣٢ قدماً » » = ٩ بوصات

(١٢) » » = ١٣٢ بوصة » » = ٧ أقدام

تحقيق قاعدة ايجاد مساحة المثلث

باستعمال الورق المقسم الى مليمترات مربعة

تمارين (٤١)

ارسم على الورق المقسم الى مليمترات مربعة المثلث ا ب حـ بالمقادير الآتية

(١) الضلع ا ب = ٨٫٤ من السنتيمترات ∠ ب حـ = ٦٫٨ من من السنتيمترات ∠ حـ ا = ٤ سنتيمترات

(٢) الضلع ب حـ = ٥ سنتيمترات ∠ حـ ا = ٤ سنتيمترات ∠ ا ب = $٣\frac{١}{٢}$ من السنتيمترات

(٣) الضلع ب حـ = $٤\frac{١}{٢}$ من السنتيمترات ∠ ا ب = ٦٠°

∠ حـ = ٧٠°

(٤) ا ب = ب حـ = حـ ا = ٩ سنتيمترات

(٥) الضلع ا ب = ٦ سنتيمترات ∠ ب حـ = ٩ سنتيمترات

∠ ا ب = ٩٠°

ثم ارسم ارتفاع كل مثلث بالنسبة الى ضلع فيه يعتبر قاعدة ثم أوجد مساحة كلٍّ بالحساب بعد قياس الارتفاع وعدّ المربعات المحصورة بين أضلاعه على الورق للتحقق من النتيجة الحسابية

تمارين (٤٢) على مساحة المثلث

عددية وتخطيطية

(١) ما مساحة المثلث القائم الزاوية اذا كان طول ضلعى زاويته القائمة ١٣٫٦ من السنتيمترات ∠ ٧٫١ من السنتيمترات

(٢) ما مساحة المثلث الذى قاعدته ١٤ متراً وارتفاعه ٩ أمتار

(٣) ما مساحة المثلث الذى قاعدته $٤٣\frac{١}{٢}$ من الأمتار وارتفاعه $١٢\frac{١}{٢}$ من الأمتار

(٤) غيط شكله مثلث طول قاعدته ١٢٠ قصبة وطول ارتفاعه ٩٠ قصبة فما مساحته بالقصبة المربعة وما مساحته بالفدان

(٥) ما ارتفاع المثلث الذى مساحته ٢٢٤ متراً مربعاً وقاعدته ٣٢ متراً

العمل – نضرب هذه المساحة فى ٢ فالناتج وهو ٤٤٨ متراً مربعاً

عبارة عن مساحة المستطيل المتحد مع هذا المثلث فى القاعدة والارتفاع

وعليه تكون المسألة هى

ما عرض المستطيل الذى مساحته ٤٤٨ متراً مربعاً وطوله ٣٢ متراً

فيكون ارتفاع المستطيل أو ارتفاع المثلث المطلوب = $\frac{٤٤٨}{٣٢}$

= ١٤ متراً

(٦) مثلث مساحته ٧٢ سنتيمتراً مربعاً فما طول ارتفاعه اذا كان طول قاعدته ١٨ سنتيمتراً

(٧) مثلث مساحته ١٥٣ سنتيمتراً مربعاً فما طول ارتفاعه اذا كان طول قاعدته ١٧ سنتيمتراً

(٨) مثلث مساحته ١٢ بوصة مربعة فما طول ارتفاعه اذا كان طول قاعدته ٦ بوصات

(٩) مثلث مساحته ٢٤ قدماً مربعاً فما طول قاعدته اذا كان طول ارتفاعه ٨ أقدام

(١٠) مثلث مساحته ٢٨٥ متراً مربعاً فما طول قاعدته اذا كان طول ارتفاعه $٩\frac{١}{٢}$ من الأمتار

(١١) مثلث مساحته ٢١٠ من الأمتار المربعة فما طول قاعدته اذا كان طول ارتفاعه $١٠\frac{١}{٢}$ من الأمتار

(١٢) مثلث مساحته ٢٦٤ متراً مربعاً فما طول ارتفاعه اذا كان طول قاعدته ٤٨ متراً

(١٣) مثلث مساحته ٥٤٦ ياردة مربعة فما طول ارتفاعه اذا كان طول قاعدته ١٤ ياردة

(١٤) مثلث مساحته $٢٣٢\frac{٧}{٨}$ من الأمتار المربعة فما طول قاعدته اذا كان طول ارتفاعه $٣٤\frac{١}{٢}$ من الأمتار

(١٥) قطعة أرض شكلها مثلث مساحتها ١٨٤٩٨,٣٧٥ من الأمتار المربعة فما طول قاعدتها اذا كان طول ارتفاعها ٣٠٤,٥ من الأمتار

(١٦) غيط شكله مثلث مساحته ١٢ فداناً فكم قصبة طول ارتفاعه اذا كان طول قاعدته ٥٠ قصبة

(١٧) ارسم المثلث ا ب حـ الذى طول ضلعه ا ب = ٧,٥ من السنتيمترات ، ب حـ = ٧ سنتيمترات ، حـ ا = ٦,٥ من السنتيمترات وأنزل من ا عموداً على ب حـ ثم قسه وبذلك أوجد مساحة المثلث

(١٨) ما طول ارتفاع مثلث مساحته ٥٠٠ سنتيمتر مربع وطول قاعدته ٥ ديسيمترات

(١٩) ارسم المثلث ا ب حـ الذى طول ضلعه ا ب = ٥,٦ من السنتيمترات ، ب حـ = ٦,٨ من السنتيمترات ، حـ ا = ٧ سنتيمترات وأنزل من ب عموداً على حـ ا ثم قسه وبذلك أوجد مساحة المثلث

(٢٠) أعد رسم المثلث المبينة أبعاده فى مسألة (١٩) وأنزل من حـ عموداً على ا ب ثم قسه وبذلك أوجد مساحة المثلث

(٢١) أعد رسم المثلث ا ب حـ المبينة أبعاده فى مسألة (١٩) وأنزل من ا عموداً على ب حـ ثم قسه وبذلك أوجد مساحة المثلث

(٢٢) ارسم المثلث ا ب حـ الذى طول ضلعه ا ب = ٦ سنتيمترات ، ب حـ = ٩ سنتيمترات ، ∠ ب = ٩٠° وقس الضلع ا حـ ثم أنزل عليه عموداً من ب وقسه وبذلك أوجد مساحة المثلث

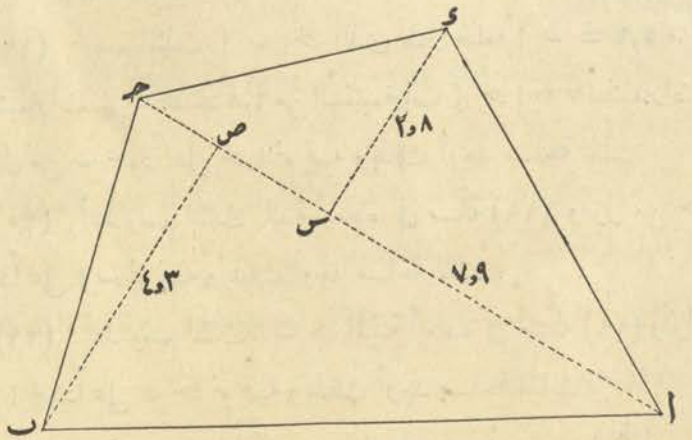
(٢٣) ارسم مثلثاً أطوال أضلاعه الثلاثة ٦ ، ٤ ، ٥ من السنتيمترات ثم احسب مساحته

(٢٤) أوجد مساحة مثلث قائم الزاوية طول ضلعى القائمة فيه ١٤ بوصة ، ١٫٥ من الأقدام

(٢٥) ارسم مثلثاً متساوى الساقين مساحته ٢٤ سنتيمتراً مربعاً وقاعدته ٦ سنتيمترات

(٢٦) ارسم مثلثاً قائم الزاوية مساحته ١٨ سنتيمتراً مربعاً وطول أحد ضلعى قائمته ٦ سنتيمترات

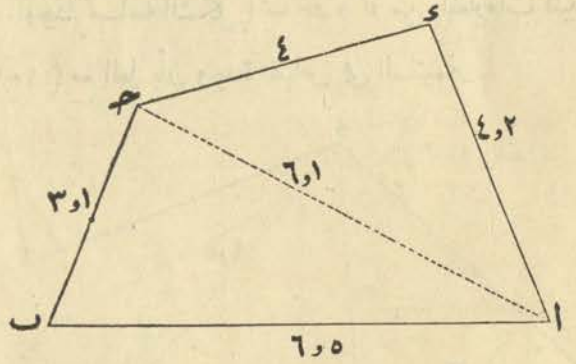
(٢٧) أوجد مساحة الشكل الرباعى ا ب حـ ء من المعلومات المبينة فى (شكل ٩٨) مع العلم بأن وحدة القياس هى السنتيمتر



(شكل ٩٨)

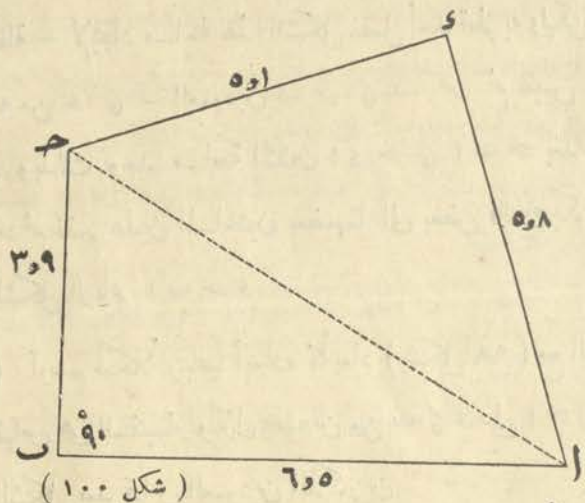
ملاحظة – لإيجاد مساحة هذا الشكل نصل أحد قطريه وليكن ا حـ وننزل عليه من ء ، ب العمودين ء س ، ب ص ثم نقيس هذين العمودين وبذلك نوجد مساحة المثلثين ا ء حـ ، ا ب حـ بعد قياس القطر ا حـ ثم نضم هذين المساحتين بعضهما الى بعض فالناتج يكون هو مساحة الشكل الرباعى ا ب حـ ء

(٢٨) ارسم شكلاً رباعياً أبعاده كأبعاد (شكل ٩٩) مع العلم بأن وحدة القياس هى السنتيمتر وأنزل عمودين من ب ، ء على ا حـ وأوجد مساحة الشكل بعد قياس العمودين المذكورين



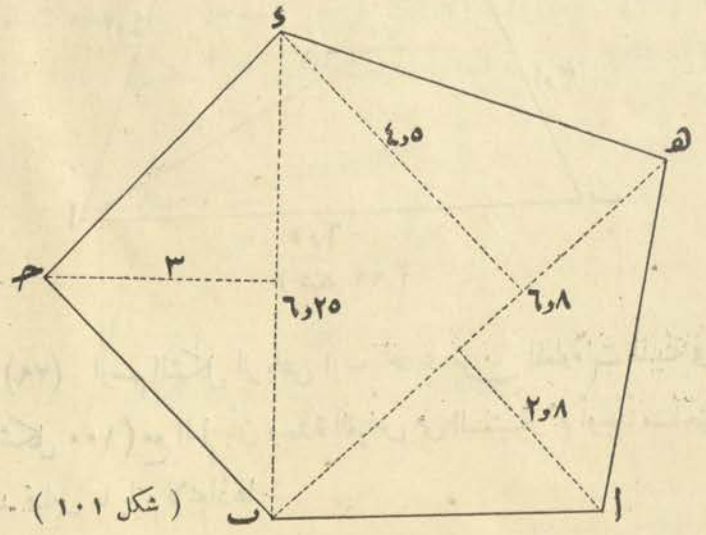
(شكل ٩٩)

(٢٩) ارسم الشكل الرباعى ا ب حـ ء من المعلومات المبينة فى (شكل ١٠٠) مع العلم بأن وحدة القياس هى السنتيمتر ثم أوجد مساحته بعد قياس ما يلزم لايجادها



(شكل ١٠٠)

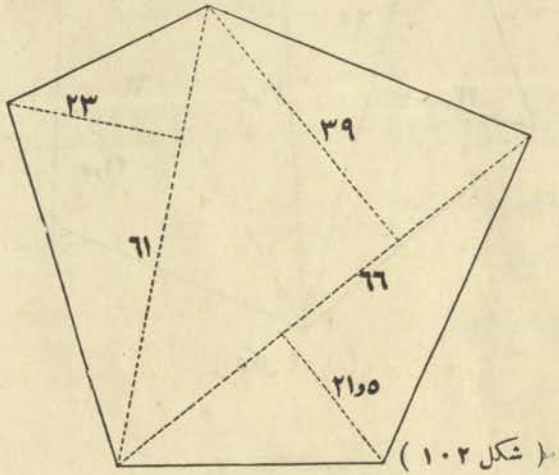
(٣٠) أوجد مساحة الشكل ا ب حـ ء هـ من المعلومات المبينة فى (شكل ١٠١) مع العلم بأن وحدة القياس هى السنتيمتر



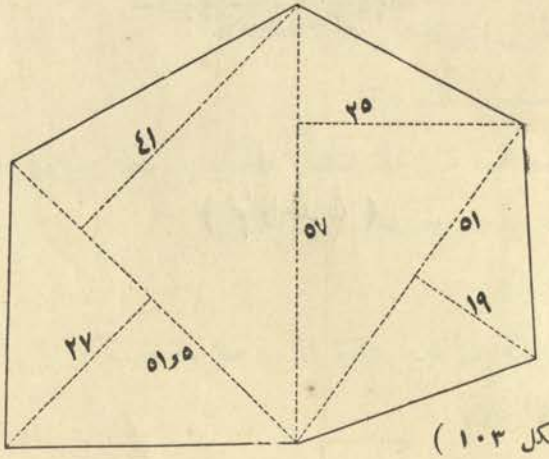
(شكل ١٠١)

ملاحظة – لإيجاد مساحة هذا الشكل نقسمه الى جملة مثلثات ونوجد مساحة كل مثلث بعد قياس ما يلزم لإيجادها ثم نضم هذه المساحات بعضها الى بعض

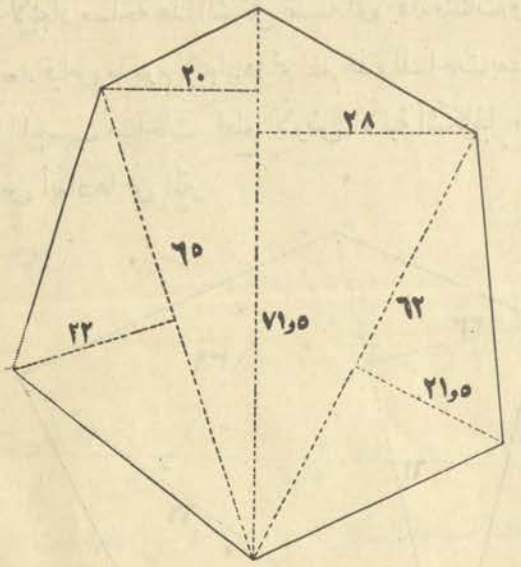
(٣١) احسب مساحات قطع الأرض الآتية أشكالها مع العلم بأن وحدة قياس أبعادها هى المتر



(شكل ١٠٢)



(شكل ١٠٣)



(شكل ١٠٤)

﴿ تمَّ والحمد لله ﴾

مواد الكتاب

مقرر السنة الثالثة

صحيفة

٤ التعاريف الأولية
٦ الخطوط المستقيمة
٩ الزوايا
١٠ أنواع الزوايا
١٢ تقدير الزوايا
١٥ طريقة رسم الزاوية بعد معرفة درجاتها
١٦ تمارين متنوعة على الزوايا
٢٣ المستقيمات المتعامدة
٢٤ رسم عمود على خط مستقيم معلوم من نقطة مفروضة عليه أو خارجة عنه بواسطة المسطرة والمثلث
٢٧ الدوائر
٢٨ طريقة رسم محيط دائرة بنصف قطر معلوم
٣٤ المتوازيات

صحيفة

٣٨ المثلثات
٣٩ رسم مثلث معلوم منه طول ضلعين ومقدار الزاوية المحصورة بينهما
٤١ رسم مثلث معلوم طول أحد أضلاعه والزاويتان المجاورتان لذلك الضلع
٤٣ رسم مثلث معلومة أطوال أضلاعه الثلاثة
٤٥ أنواع المثلث بالنسبة الى أضلاعه
٤٧ بيان مجموع الزوايا الداخلة لأى مثلث
٥٠ أنواع المثلث بالنسبة الى زواياه
٥٣ رسم مثلث معلوم مقدار زاويتين من زواياه وطول الضلع المقابل لإحداهما
٥٤ رسم مثلث متساوى الأضلاع معلوم طول أحد أضلاعه
٥٦ توضيح المربع
٥٧ المساحات
٥٨ مساحة المربع
٦٠ المستطيل
٦١ مساحة المستطيل
٦٥ تمارين متنوعة على مساحة المربع والمستطيل

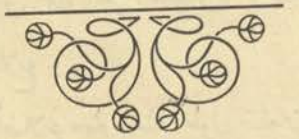
مقرر السنة الرابعة

صحيفة

٦٨ تنصيف زاوية بواسطة الفرجار
٧٠ رسم زاوية تساوى زاوية أخرى معلومة بواسطة الفرجار
٧٢ بيان تساوى الزاويتين المقابلتين لضلعى المثلث المتساويين
٧٣ رسم مثلث متساوى الساقين معلوم طول قاعدته ومقدار زاوية رأسه
٧٥ المستقيمات المتوازية
٧٧ بيان ان البعد بين مستقيمين متوازيين ثابت
٧٨ تنصيف المستقيمات بواسطة الفرجار
٧٩ طريقة اقامة عمود على خط مستقيم معلوم من نقطة مفروضة عليه أو خارجة عنه
٨٤ تنصيف المستقيمات بواسطة المستقيمات المتوازية
٨٦ تقسيم مستقيم الى جملة أجزاء متساوية بواسطة المستقيمات المتوازية
٨٨ المتوازى الأضلاع
٨٨ رسم متوازى أضلاع معلوم منه طول ضلعين متجاورين والزاوية المحصورة بينهما
٩١ رسم مستطيل معلوم منه ضلعان متجاوران

صحيفة

٩٣ رسم مربع معلوم طول أحد أضلاعه
٩٥ الأشكال الرباعية
٩٥ رسم شكل رباعى معلوم منه ثلاث زوايا وضلعا الزاوية الوسطى
٩٧ رسم شكل رباعى معلوم منه ثلاثة أضلاع والزاويتان المحصورتان بينهما
١٠٠ رسم الشكل الرباعى ا ب حـ ء اذا علم منه مقدار كل من الزوايا ب ا ء و حـ ب ء و حـ ء ب وطول كل من الضلعين ا ب و ا ء
١٠٢ مجموع الزوايا الداخلة لأى شكل رباعى محدودب
١٠٤ تمارين متنوعة على رسم الأشكال الرباعية
١٠٧ مساحة المثلث
١١٠ تحقيق قاعدة ايجاد مساحة المثلث باستعمال الورق المقسم الى مليمترات مربعة
١١١ تمارين على مساحة المثلث عددية وتخطيطية



٩/٥٠٠٠/٦/١٩٢٠